



# Μία έρευνα για την αποτύπωση των επιπέδων γεωμετρικής σκέψης των Ελλήνων μαθητών/τριών σύμφωνα με τη **θεωρία επιπέδων van Hiele's**

**Ν. Τζίφας**  
Καθηγητής Μ.Ε.

## Εισαγωγή Θεωρητικό πλαίσιο

Με αφορμή τα προβλήματα που παρουσιάζονται στην κατανόηση και χρήση αναλυτικών-συνθετικών και αποδεικτικών μοντέλων από τους μαθητές της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης, γεγονός το οποίο έχουν διαπιστώσει πολλοί καθηγητές μαθηματικών καθώς και αρκετοί ερευνητές, πραγματοποιήθηκε έρευνα για τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης σύμφωνα με τη θεωρία επιπέδων van Hiele. Η έρευνα βασισμένη στο κριτήριο της επαναληψιμότητας του Alan Schoenfeld (2000) εξετάζει αν τα αποτελέσματα αντίστοιχης έρευνας από τον Usiskin (1982) στην Αμερική θα παρατηρηθούν και στην Ελλάδα.

Αυτό που έχει γίνει γνωστό ως θεωρία των επιπέδων Van Hiele αναπτύχθηκε από την Dina Van Hiele - Geldof και το σύζυγό της Pierre Marie Van Hiele σε αυτόνομες διδακτορικές διατριβές στο πανεπιστήμιο της Ουτρέχτης το 1957. Η θεωρία αυτή, σύμφωνα με τον Usiskin (1982) έχει τρεις πτυχές: (α) την ύπαρξη των επιπέδων, (β) τις ιδιότητες των επιπέδων και (γ) την μετάβαση από το ένα επίπεδο στο επόμενο.

Σύμφωνα με τη θεωρία, υπάρχουν πέντε επίπεδα γεωμετρικής σκέψης για τα οποία ο Hoffer (1981) κάνει τις παρακάτω γενικές περιγραφές.

**Επίπεδο 1** (*αναγνώριση/recognition*) Ο μαθητής αντιλαμβάνεται τα γεωμετρικά σχήματα ως μια ολότητα (Gestalt αναγνώριση) και όχι σε σχέση με τις ιδιότητές τους. Για την περιγραφή των σχημάτων χρησιμοποιεί οπτικά πρότυπα.

**Επίπεδο 2** (*ανάλυση/analysis*) Ο μαθητής αναγνωρίζει τα σχήματα με την βοήθεια των ιδιοτήτων τους, μπορεί να ανακαλύπτει και να περιγράφει τις ιδιότητες ενός σχήματος, αλλά δεν μπορεί να τις ορίσει τυπικά.

**Επίπεδο 3** (*διάταξη/order*) Ο μαθητής μπορεί να διατάξει λογικά τα σχήματα και τις ιδιότητές τους και αρχίζει να αντιλαμβάνεται το ρόλο του ορισμού, αλλά δε λειτουργεί μέσα σε ένα μαθηματικό σύστημα.

**Επίπεδο 4**

(*παραγωγικός συλλογισμός/ deduction*) Ο μαθητής κατανοεί τη σημασία του παραγωγικού συλλογισμού και τους ρόλους των αξιωμάτων, των θεωρημάτων και της απόδειξης. Στα αναλυτικά προγράμματα σπουδών η ουσιαστική μελέτη της Ευκλείδειας γεωμετρίας αρχίζει από αυτό το επίπεδο.

**Επίπεδο 5**

(*αυστηρότητα/rigor*) Ο μαθητής κατανοεί την αναγκαιότητα για αυστηρότητα και είναι σε θέση να πραγματοποιήσει αφηρημένους παραγωγικούς συλλογισμούς.

Οι Clements και Battista (1992) προτείνουν την ύπαρξη ενός ακόμη **επιπέδου 0**, που αυτοί καλούν προ-αναγνώρισης. Οι μαθητές παρατηρούν σε αυτό το επίπεδο μόνο ένα υποσύνολο των οπτικών χαρακτηριστικών μιας μορφής, με συνέπεια μια ανικανότητα να διακρίνουν μεταξύ των σχημάτων.

Για τη θεωρία των Van Hiele έχουν αναφερθεί οι παρακάτω ιδιότητες (Van Hiele, 1958-1959, Usiskin, 1982).

**Ιδιότητα 1**

(*σταθερή αλληλουχία/ fixed sequence*) Ένας μαθητής δε μπορεί να βρίσκεται σε κάποιο van Hiele επίπεδο  $n$  δίχως να έχει διέλθει από το επίπεδο  $n-1$ .

**Ιδιότητα 2**

(*διαδοχικότητα/ adjacency*) σε κάθε επίπεδο συλλογισμού εκείνο που ήταν σε λανθάνουσα κατάσταση στο προηγούμενο επίπεδο δηλώνεται στο επόμενο επίπεδο.

**Ιδιότητα 3**

(*διάκριση/ distinction*) Κάθε επίπεδο έχει τα δικά του γλωσσικά σύμβολα και το δικό του δίκτυο σχέσεων που συνδέουν τα σύμβολα αυτά.

**Ιδιότητα 4**

(*διαχωρισμός/ separation*) Δύο άτομα που εκτελούν συλλογισμούς σε διαφορετικά επίπεδα δε μπορούν να αλληλοκατανοηθούν.

Ο Van Hiele (1959) πιστεύει ότι η γνωστική ανάπτυξη στη γεωμετρία μπορεί να επιταχυνθεί μέσω της κατάλληλης διδασκαλίας. Ο Usiskin (1982) θεωρεί αυτό το χαρακτηριστικό ως μια πέμπτη ιδιότητα των επιπέδων.

**Ιδιότητα 5**

(*επίτευξη/ attainment*) Η μαθησιακή διαδικασία που οδηγεί στην πλήρη κατανόηση του επόμενου ανώτερου επιπέδου, έχει πέντε φάσεις, κατά προσέγγιση αλλά όχι αυστηρά σε ακολουθία, με τους τίτλους: (α) *Διερεύνηση (inquiry)*, (β) *Καθοδηγούμενο προσανατολισμό (directed orientation)*, (γ) *Επεξήγηση (explanation)*, (δ) *Ελεύθερο προσανατολισμό (free orientation)* και (ε) *Ολοκλήρωση (integration)*

Σχετικές έρευνες στο εξωτερικό (Burger & Shaughnessy 1986) διαπίστωσαν της χρησιμότητα της θεωρίας στην περιγραφή των απαντήσεων μαθητών σε ζητήματα της Γεωμετρίας. Αποτελέσματα από άλλες έρευνες (Usiskin 1982; Wirszup 1976 & Hoffer 1981) δείχνουν ότι πολύ μικρό ποσοστό μαθητών δεν ταξινομούνται σε κάποιο επίπεδο της θεωρίας σύμφωνα με τους τρόπους ταξινόμησης και ότι η πλειονότητα των μαθητών της δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης βρίσκονται στο πρώτο και δεύτερο επίπεδο γεωμετρικής σκέψης



της θεωρίας van Hiele. Δείχνουν επίσης ότι το επίπεδο της γεωμετρικής σκέψης ενός μαθητή είναι προγνώστης για την μετέπειτα πορεία και απόδοσή του.

Στην Ελλάδα έχουν γίνει λίγες έρευνες σχετικά με τα επίπεδα γεωμετρικής σκέψης της θεωρίας van Hiele οι οποίες εστιάζουν το ενδιαφέρον τους στην μελέτη των επιπέδων σε διάταξη κλίμακας, στην κατανομή της γεωμετρικής σκέψης των μαθητών σε επίπεδα και στην ικανότητα παρακολούθησης των μαθημάτων σε συνδυασμό με την δυνατότητα βελτιωμένης επίδοσης όταν η διδασκαλία ακολουθεί μεθόδους της συγκεκριμένης θεωρίας (Ζάχος, 2000; Ντζιαχρήστος & Ζαράνης, 2001).

*Περισσότερα στο 2ο τεύχος του «φ» (σελ. 111-121)*