



Γιατί δεν έχει λύση



A. Ζαΐτσικ

Μετάφραση: Όλγα Σείνταριδου - Καλαντάναγια

[Σ.τ.Ε.] Το παρόν άρθρο έχει μεταφραστεί από το 1ο τεύχος 2005, του KBANT. Επιλέχτηκε γιατί έχει πρωτοτυπία, τα θέματά του είναι προκλητικά και μπορούν να χρησιμοποιηθούν σε κάθε τάξη του Γυμνασίου αλλά και στην Α' Λυκείου. Θα λέγαμε ότι το άρθρο αυτό είναι μια εξαιρετική ευκαιρία για μύηση στην αποδεικτική διαδικασία της "εις άτοπον απαγωγής".

Σε προβλήματα όπως τα παρακάτω τα ίδια γράμματα αντιστοιχούν σε ίδια ψηφία. Το πρώτο γράμμα κάθε λέξης δεν μπορεί να αντιστοιχεί στο μηδέν.

1 Εξετάζοντας το τελευταίο ψηφίο

Η εξίσωση $\Lambda\text{O}\Sigma + \text{M}\text{H}\text{N}\Lambda\Sigma = 52743$ δεν έχει λύσεις, επειδή και ο αριθμός $\Lambda\text{A}-\text{O}\Sigma$ και ο αριθμός $\text{M}\text{H}\text{N}\Lambda\Sigma$ τελειώνουν με το ίδιο ψηφίο Σ , άρα το άθροισμά τους πρέπει να είναι άρτιος αριθμός, αλλά ο αριθμός 52743 είναι περιττός.

Άσκηση 1 Γιατί δεν έχει λύσεις η εξίσωση;

$$\text{BIPAX} + \text{ΓAPAX} + \text{MIPAX} + \text{ΣTPAX} + \text{TIPAX} = 384752$$

2 Εξετάζοντας το πρώτο ψηφίο

Στην εξίσωση $\text{OPT} + \text{TOP} + \text{POT} = 471$ τα πρώτα ψηφία O, T, P των τριψηφίων αριθμών είναι διαφορετικά μεταξύ τους και διαφορετικά του μηδενός, δηλαδή $O + T + P \geq 1 + 2 + 3 = 6$, αλλά το 6 είναι μεγαλύτερο του πλήθους των εκατοντάδων στο 471. Έτσι η εξίσωση είναι αδύνατη.

Άσκηση 2 Διαιρείται ο αριθμός ΑΛΓΕΒΡΑ με τον αριθμό ΑΠΟΘΕΜΑ (χωρίς υπόλοιπο);

3 Εξετάζοντας το πρώτο και το τελευταίο ψηφίο

Στην εξίσωση: $\Sigma\text{E}\text{B} \cdot 6 = \text{B}\text{E}\Sigma$ το ψηφίο Σ είναι το τελευταίο ψηφίο του άρτιου αριθμού $\text{B}\text{E}\Sigma$, και είναι διάφορο του μηδενός (επειδή το Σ είναι το πρώτο ψηφίο του $\Sigma\text{E}\text{B}$), άρα $\Sigma \geq 2$. Όμως τότε ο αριθμός $\Sigma\text{E}\text{B} \cdot 6$ πρέπει να είναι τετραψήφιος. Άρα η εξίσωση δεν έχει λύση.

Περισσότερα (συνολικά 6 λυμένα και 8 άλλα) προβλήματα στο 2ο τεύχος του «φ» (σελ. 133-134)