



Διάλογος μεταξύ

Barry Mazur και Peter Pesic

Για τα μαθηματικά, τη φαντασία και την ομορφιά των αριθμών

Μετάφραση (από το περιοδικό *Daedalus* της Αμερικάνικης Ακαδημίας Τεχνών και Επιστημών):

Βαββάρια Λέξη, μαθηματικός M.Ed. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών

PETER PESIC Πολλοί νοήμονες άνθρωποι βλέπουν στα μαθηματικά μόνο μια έρημο πληκτικού formalισμού, μια αχανή έκταση θεωρημάτων και αποδείξεων που εκφράζονται μέσω μιας πολύ αφηρημένης γλώσσας. Αναμφισβήτητο αυτό εν μέρει οφείλεται στο τρόπο που αυτά διδάσκονται, αλλά ένας τέτοιος τρόπος διδασκαλίας είναι σχεδόν καθολικός, ο καρπός καλών προθέσεων και αρκετής προσπάθειας. Το χάσμα μεταξύ του εσωτερικού, του ζωντανού χώρου των μαθηματικών και της πλειοψηφίας των νοημόνων ανθρώπων, είναι πολύ βαθύ, παρόλο τον διαισθητικό χαρακτήρα των μαθηματικών που περιγράψατε τόσο πετυχημένα στο πρόσφατο βιβλίο σας, *Imagining Numbers*: Αυτό εγείρει μια δύσκολη ερώτηση: Πώς- εάν τελικά- μπορεί αυτός ο ζωντανός κόσμος των μαθηματικών να γίνει προσιτός;

BARRY MAZUR Δεν μπορώ να απαντήσω σε αυτήν την ερώτηση, αλλά μπορώ να τη σχολιάσω. Τα πρώτα βήματα ενός ανθρώπου στην μαθηματική του ανάπτυξη είναι εξαιρετικά σημαντικά. Η αρχική εκπαίδευση αξίζει τις προσπάθειες και την εφευρετικότητα μας. Αλλά επίσης εδώ, δίνεται ένα μήνυμα σε οποιοδήποτε ενήλικα, ο οποίος δεν έχει ασχοληθεί ποτέ με τα μαθηματικά ή την επιστήμη κατά τη διάρκεια των μαθητικών του χρόνων ή μετά: Ίσως να είσαι έτοιμος για να αρχίσεις! Το ξεκίνημα μπορεί να είναι διανοητικά συγκινητικό και είναι αρκετές

κλασικές δουλειές που έχουν γραφτεί με το σωστό ύφος για να σε συντροφεύουν να ξεκινήσεις στα πρώτα σου βήματα στα μαθηματικά. Μου έρχονται στο μυαλό για παράδειγμα, οι παλιές σειρές T.C.Mits ή του Tobias Dantzig το υπέροχο *Number: The Language of Science* ή του Lancelot Hogben's *Mathematics for the Millions*. Επιπλέον, κάποιος δεν πρέπει να τρομοκρατηθεί με το ότι είναι πολλά βήματα-δεν χρειάζεται να τα ακολουθήσει όλα. Απλά να απολαμβάνει κάθε ένα που παίρνει.

Ο Bill Thurston, ένας εξαιρετικός γεωμέτρης, χρησιμοποιεί τη λέξη "ψηλό" [tall] για να περιγράψει τα μαθηματικά: Τα μαθηματικά είναι ένα ψηλό αντικείμενο με την έννοια που οι ουρανοξύστες είναι ψηλοί. Δηλαδή, ένα κομμάτι των μαθηματικών βρίσκεται πάνω από ένα προηγούμενο κομμάτι των μαθηματικών και ταυτόχρονα βρίσκεται κάτω από το επόμενο κομμάτι των μαθηματικών κ.τ.λ.. Για να φτάσεις στον πενηκοστό όροφο πρέπει να διασχίσεις τους προηγούμενους σαράντα-εννέα και με τη σωστή σειρά. Μου αρέσει αυτή η εικόνα, αλλά ίσως να ήθελα να επιμείνω στο ότι είναι περισσότερο ένα Gaudi-esque οικοδόμημα με μια ποιο ευρεία επιλογή διαφορετικών σκαλωσιών που συναντιούνται και διασταυρώνονται έτσι ώστε εάν δε σε διευκολύνει μια διαδρομή- εάν οι άνοδοι είναι ψηλές ή όχι αρκετά ψηλές- υπάρχουν άλλες περισσότερο εξυπηρετικές σκαλωσιές. Και ακόμη, η θέα και από τον πρώτο όροφο, είναι ένα θαύμα.



PETER PESIC *Ποια είναι η πρώτη σας ανάμνηση από τα μαθηματικά;*

BARRY MAZUR Η πραγματικά πρώτη είναι όταν ήμουν επτά ή οχτώ χρονών. Ο πατέρας μου, ο οποίος πάντα γοητευόταν από τους αριθμούς, με κατέκλυζε με αριθμητικά ερωτήματα, όπως: “Ποιος είναι ο αριθμός αυτός που αν τον διπλασιάσεις και προσθέσεις ένα, θα σου δώσει έντεκα”; Δεν νομίζω να ήμουν ιδιαίτερα ειδήμων στο να βρίσκω τις απαντήσεις σε αυτά τα προβλήματα, αλλά πραγματικά τα αγαπούσα. Η μέθοδος μου ήταν φυσικά η “δοκιμή και λάθος”. Τότε, μετά από ένα μπαράζ τέτοιων ερωτήσεων, ο πατέρας μου, μου χαμογέλασε και είπε: “Θα σου πω ένα μυστικό. Κοίτα πως μπορείς να λύσεις αυτά τα προβλήματα ποιο γρήγορα”. Το “μυστικό” που μου ανακοίνωσε ήταν να καλέσω το μαγικό X της άλγεβρας και να επαναδιατυπώσω το πρόβλημα στη γλώσσα της άλγεβρας. Μετά να απλοποιήσω την αλγεβρική πρόταση/ παράσταση, όπου με την απλοποίηση εννοούσε να λύσω ως προς X . Το X αυτό έγινε μετά την απλοποίηση ένας πραγματικός αριθμός που με εξέπληξε. Ο πατέρας μου επίσης, επέμεινε στη τυπική παλίνδρομη κίνηση της ανάλυσης και σύνθεσης, υπό την έννοια ότι όποτε έβρισκα τη τιμή του X έπρεπε να εφαρμόσω τα βήματα της λύσεως, με την αντίστροφη όμως σειρά για να ελέγξω εάν ο αριθμός που βρήκα για το X είναι ο σωστός.

Υποθέτω ότι είχα μια εξαιρετικά απλοϊκή σκέψη, επειδή πίστευα πραγματικά ό,τι αυτή η πληροφορία ήταν ένα είδος μυστικού. Ένα οικογενειακό μυστικό ίσως, όπως είναι οι οικογενειακές συνταγές για διάφορα φαγητά. Θυμάμαι ότι μερικά χρόνια αργότερα, έμεινα άφωνος σε μια τάξη μαθηματικών, όταν ο καθηγητής έμοιαζε να είχε αντιληφθεί αυτό το μυστικό και φαινόταν να μπαίνει στη διαδικασία να το επεξηγήσει σε ολόκληρη τη τάξη.

PETER PESIC *Καθώς ερχόσασταν αντιμέτωπος με το μυστικό, πως αυτό επέδρασε πάνω σας και ειδικά στη φαντασία σας;*

BARRY MAZUR Πιστεύω ότι μου προκάλεσε δέος περισσότερο από κάθε τι υπαρκτό νοητά. Το να απαντάς τέτοιου είδους απλές ερωτήσεις (π.χ. ποιος είναι ο αριθμός τον οποίο αν τον διπλασιάσεις και προσθέσεις ένα δίνει έντεκα) φαντάζει περισσότερο

σαν να ανακαλύπτεις μια πραγματική εποπτική εικόνα να ξεπηδάει μέσα από το απόλυτο τίποτα, πάνω σε ένα φωτογραφικό χαρτί σε σκοτεινό θάλαμο εμφάνισης φωτογραφιών Ξεκινάς από κάτι που έχεις θέσει ως X και στο τέλος της διαδικασίας ανακαλύπτεις πως το X είναι πραγματικά, ένας συγκεκριμένος αριθμός. Υπάρχει μια αίσθηση δύναμης σε αυτό (όπως εσείς και εγώ γνωρίζουμε, οι πρώτοι αλγεβριστές γνώριζαν καλά αυτήν την απροσδόκητη δύναμη) και το να έχεις αυτή τη δύναμη είναι “μυστικό”, επίσης. Τι θα μπορούσε να είναι πιο προκλητικό; Όταν ανακάλυψα ότι αυτό ήταν κομμάτι μιας ευρύτερης κληρονομιάς, δεν αποθαρρύνθηκα, θεώρησα σαν να μεγάλωνε το “κλάμπ”.

Αυτό που άρχισε να με γοητεύει είναι πως με βάση την καθαρή σκέψη, ξεκινώντας με το τίποτα, αναδύεται κάτι πραγματικό. Θυμάμαι, αρκετά αργότερα, να είμαι ακόμη συνεπαρμένος από την εξίσωση τίποτα + σκέψη/[συλλογισμός/ ιδέα] = κάτι.

Περίπου ένα χρόνο πριν το λύκειο, έγινα ένας αχόρταγος αναγνώστης εκλαϊκευμένων βιβλίων πάνω στην ηλεκτρονική και τα μαθηματικά. Όταν κατασκεύαζα ραδιοφωνικούς δέκτες (με αδέξιο τρόπο τις περισσότερες φορές) είχα την ιδέα να εξάγω τις εξισώσεις του Maxwell με θεωρητική σκέψη. Το πως αυτό θα μπορούσε να πραγματοποιηθεί δεν ήταν τόσο ξεκάθαρο ακόμη, γιατί είναι εύκολο να φανταστεί κανείς ότι κάποια Θεία Έμπνευση (κάνοντας την μοναδική υπόθεση, για παράδειγμα, ότι οι νόμοι που ισχύουν στην ραδιοαναμετάδοση ήταν “οι πιο τέλειοι νόμοι”) θα μπορούσε να οδηγήσει σε νόμους άλλους από αυτούς του Maxwell. Αλλά όταν ήμουν εγώ στο λύκειο είχα τη πλήρη πίστη ότι μια τέτοιου είδους παραγωγή ήταν δυνατή.

PETER PESIC *Εκείνη την αρχική περίοδο η πρόοδος σας στα μαθηματικά υποβοηθήθηκε από φυσικές οντότητες, όπως τα ραδιόφωνα ή από την εποπτεία, όπως για παράδειγμα είναι το ηλεκτρονικό σχέδιο; Θυμάμαι την επιμονή του Einstein να είναι κυρίως ένας εποπτικός στοχαστής/ διανοούμενος παρά ένας αφηρημένος.*

BARRY MAZUR Θα σας απαντήσω σε αυτήν την ερώτηση ξεκινώντας από το τέλος προς την αρχή. Δεν νομίζω πως ασχολούμαι με πράγματα που είναι αφηρημένα Για να είμαι πιο σαφής, δεν μου αρέσει η λέξη “αφαίρεση”, εκτός ως συγκριτικός όρος, αν και

Ολόκληρη η συνέντευξη μαζί με ένα σύντομο Βιογραφικό του καθηγητή Barry Mazur (σελ. 122 - 132) στο 3ο τεύχος του “Φ”