



Μνήμη και σκέψεις

*Ένα δέντρο που ο κορμός του είναι μεγάλος
όσο μια ανθρώπινη αγκαλιά,
Ξεκίνησε από κάτι πολύ μικρό και εύθραστο.
Ένας πύργος με εννιά πατώματα,
Ξεκίνησε να χτίζεται με μια χούφτα χώμα.
Ένα ταξίδι εννιά μιλίων,
Ξεκίνησε από ένα βήμα.*

Λάο Τσε

Η πρώτη πρόταση του Petr Beckmann στο βιβλίο του "Η ιστορία του π." είναι η ακόλουθη: "Η ιστορία του π είναι ένας αλλόκοτος μικρός καθρέπτης της ανθρώπινης ιστορίας." Σκεφτόμενος αναλογικά θα μπορούσε κανείς να δημιουργήσει παρόμοιες προτάσεις, όπως: "Η μαθηματική εκπαίδευση σήμερα αντικατοπτρίζει την πολιτισμική υπόσταση του σύγχρονου ανθρώπου", και να αναρωτηθεί περί της αλήθειάς τους. Δεν θα υποστηρίξω ή αντικρούσω κάποια από τις προαναφερόμενες προτάσεις. Νομίζω όμως πως, το τι πιστεύει ο καθένας μας για αυτές, είναι ιδιαίτερα σημαντικό.

Εδώ και χρόνια αντιμετωπίζω με σκεπτικισμό την μαθηματική εκπαίδευση στην Ελλάδα (για πολλούς λόγους, προφανείς ή όχι) σε όλες τις βαθμίδες της. Εκείνο που κυρίως οδηγείται σε πλήρη εξάλειψη (και θα πρέπει να ονομάζεται πλέον προστατευόμενη πνευματική λειτουργία), μέσω της μηχανιστικής απορρόφησης πληροφοριών και του στείρου ανταγωνισμού, είναι η μαθηματική ανακάλυψη. Δεν αναφέρομαι βέβαια στην μαθηματική έρευνα, αλλά σε εκείνο το αστραποβόλημα που βιώνει ο μαθητής λύνοντας μια άσκηση Γεωμετρίας, εκείνο το εσωτερικό γέλιο που τον κάνει να αναφωνεί: Αυτό είναι! Τι απλό! Τι όμορφο!

Το σχολείο όμως είναι ένας ζωντανός οργανισμός. Υπάρχουν πάντα απορίες, ενδιαφέροντα, λαμπερά μυαλά και ασταμάτητοι λύτες προβλημάτων. Θυμάμαι κάποια παράπονα συναδέλφων σχετικά με κατασχέσεις, υπογείως μεταφερομένων σημειωμάτων από μαθητές, με (σωστές) λύσεις (δύσκολων) μαθηματικών προβλημάτων, εν ώρα μαθήματος. Η αλήθεια είναι ότι θυμάμαι ακόμα καλύτερα και με περισσότερη χαρά τους δρᾶστες.



Μια συλλογική και πολύ ενδιαφέρουσα προσπάθεια των μαθητών του Π. Παυλάκου. Μια ακτίδα φωτός, απάντηση σε όσους βλέπουν γύρω τους μόνο

Ίσως ειπωθεί πως είμαι τυχερός. Μπορεί και να συμβαίνει. Ίσως όμως τέτοιες καταστάσεις να υπάρχουν (ή μπορούν να υπάρξουν) σε όλα τα σχολεία. Γεγονός πάντως είναι πως μια τέτοια κατάσταση έχει πολλές δυνατότητες εξέλιξης. Στην συγκεκριμένη περίπτωση ο συνδυασμός της προσωπικής μου ευχαρίστησης κατά την ενασχόλησή μου με τα μαθηματικά και το γόνιμο έδαφος που συνάντησα, υπήρξε η γενεσιουργός αιτία μιάς "Σειράς Μαθηματικών Καταστάσεων", στη σχολική ζωή μας (εκτός προγράμματος), επί σειρά ετών. Αν και ο καταμερισμός αυτών των "καταστάσεων" δεν αρκεί για να περιγραφούν οι ίδιες, αλλά και η ιστορική τους εξέλιξη, παρακάτω δίνω (κατά το δυνατόν) μια χρονολογική κατάταξή τους.

- 1 Επίλυση γρίφων και μαθηματικών προβλημάτων (συνήθως σε διαλείμματα, μέσω φωτοτυπιών)
- 2 Εργασίες μαθητών σε γεωμετρικά θέματα (ο κύκλος εννέα σημείων, το πρόβλημα του Fermat και το σημείο Miquel δείχνουν τον προσανατολισμό των εργασιών αυτών)
- 3 Προετοιμασία μαθητών για τους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς είτε με παρουσίαση θεμάτων είτε με επίδοση αντιστοίχων ασκήσεων προς λύση
- 4 Εισαγωγή (και μερικές φορές μικρή μελέτη) σε ιδέες των μαθηματικών που εκλείπουν από την σχολική ύλη όπως η αρχή του περιστερώνα, rarity, μονομεταβλητές, γραφήματα, ..., και η χρήση τους στην στρατηγική επίλυσης προβλημάτων
- 5 Εργασίες μαθητών σε θέματα ιστορίας μαθηματικών
- 6 Σεμινάρια Μαθηματικών (κωδικοποίηση, Θεώρημα Pick και εφαρμογές, Μικρό Θεώρημα του Fermat)

Οι "περιοχές καταστάσεων" που ανέφερα, καλύπτουν μια χρονική περίοδο 10 ετών (με επικαλύψεις ανάμεσά τους αλλά και με μερικές να διατρέχουν όλο αυτό το χρονικό διάστημα). Τακτικά επίσης μοιράζεται το περιοδικό Ευκλείδης Β! στους ενδιαφερόμενους, ενώ υπάρχουν και έκτακτα γεγονότα : προβολές ταινιών μαθηματικού περιεχομένου (δύο), επισκέψεις στην έκθεση εποπτικού υλικού για τα Μαθηματικά (Ίδρυμα Μείζονος Ελληνισμού, δύο), επίσκεψη σε ανάλογη έκθεση σε σχολείο του Ηρακλείου.

Την τελευταία πενταετία οι "καταστάσεις" αυτές πραγματοποιούνται απόγευμα Σαββάτου (10-12 συναντήσεις από Οκτώβρη ως τον Μάρτη), ενώ την τελευταία τριετία έχουμε την χαρά να πραγματοποιούνται στην νέα Αίθουσα Μαθηματικών που παραχωρήθηκε από την διεύθυνση του σχολείου. Φέτος έγινε πειραματική έκδοση του περιοδικού Μαθηματικά Τετράδια με εργασίες μαθητών (για τους μαθητές του σχολείου).

Ενθυμούμενος τέλος τον σαρκαστικό αλλά και πικρόχολο **Μάρκ Τουέιν** που με απροκάλυπτο τρόπο γράφει : *"Ακολούθησα αυστηρά έναν τρόπο ζωής που θα σκότωνε οποιονδήποτε άλλον"* θέλω να διασαφηνίσω πως δεν θεωρώ τα παραπάνω κάποιου είδους "πρόταση" ή "οδηγίες προς ναυτιλομένους". Απλώς είναι η απάντησή μου στην ερώτησή σας κύριε Βισκαδουράκη: **"Πως οδηγηθήκατε στα Σεμινάρια Μαθηματικών; Ποιά είναι η ιστορία τους;"**

Παυλάκος Περικλής
Μαθηματικός, Μεταπτυχιακό Δίπλωμα Ειδίκευσης
στα Θεωρητικά Μαθηματικά, Ιδιωτικό Λύκειο "Το Παγκρήτιο"



Σεμινάρια ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Π. Παυλάκος

Μάθημα 1ο

- 1 Υπολογίστε το 4536^3 χωρίς κομπιουτεράκι.
- 2 Γράψτε το $\frac{1}{1 \cdot 2} + \frac{1}{2 \cdot 3} + \frac{1}{3 \cdot 4} + \dots + \frac{1}{99 \cdot 100}$ σαν ένα απλοποιημένο κλάσμα.
- 3 Κατά την διάρκεια μίας απογραφής, ο απογραφέας ρωτά την οικοδέσποινα πόσα παιδιά έχει και τι ηλικίας. "Έχω τρεις κόρες που οι ηλικίες τους είναι ακέραιοι αριθμοί και το γινόμενο των ηλικιών τους είναι 36" λέει η μητέρα.
"Αυτό δεν μου είναι αρκετό," λέει ο απογραφέας.
"Θα σου έλεγα το άθροισμα των ηλικιών τους, αλλά και πάλι θα έμενες ανικανοποίητος."
"Ελπίζω να μου πείτε κάτι περισσότερο."
"Καλώς, η μεγαλύτερη μου κόρη συμπαθεί τα σκυλιά."
Ποιες είναι οι ηλικίες των τριών κοριτσιών;
- 4 Καλώ 10 ζευγάρια στο σπίτι. Ρωτώ όλους τους παρισταμένους πόσες χειραψίες έκανε ο καθένας και προκύπτει ότι ο αριθμός των χειραψιών για τον κάθε ένα ήταν διαφορετικός. Αν υποθέσουμε ότι κανείς δεν αντάλλαξε χειραψία με τον σύντροφό του, με πόσους αντάλλαξε χειραψία η γυναίκα μου;
- 5 Αποδείξτε ότι το γινόμενο τεσσάρων διαδοχικών φυσικών δεν μπορεί να είναι τετράγωνο ακεραίου.
- 6 Ένας βουδιστής καλόγερος ανεβαίνει ένα βουνό. Ξεκινά στις 8 και φτάνει στην κορυφή το απόγευμα στις 6. Περνά την νύχτα στην κορυφή και την άλλη μέρα ξεκινά από την κορυφή στις 8 και επιστρέφει στο σημείο εκκίνησης της προηγούμενης μέρας το απόγευμα στις 6, μέσω της ίδιας διαδρομής. Αποδείξτε ότι υπάρχει μία χρονική στιγμή ανάμεσα στις 8 το πρωί και τις 6 το απόγευμα κατά την οποία ο καλόγερος βρίσκεται στο ίδιο σημείο του βουνού. (Παρατηρήστε ότι δεν αναφέρουμε τίποτα για την ταχύτητα του καλόγερου.)
- 7 Βρίσκεστε σε ένα δωμάτιο ενός σπιτιού όπου υπάρχουν τρεις ηλεκτρικοί διακόπτες, όλοι κλειστοί. Στον επάνω όροφο η λάμπα ενός δωματίου, που είναι σβηστή, ελέγχεται από έναν μόνο από τους τρεις διακόπτες. Πρέπει να ανακαλύψετε ποιος