Θέματα Ρουμάνικων Μαθηματικών Διαγωνισμών

Μετάφραση - Παρουσίαση: Νικολάϊ - Τουντόρ Νιμάρα
Μαθητής Β΄ τάξης Λυκείου

[Σ.τ.Ε.] Όπως είναι γνωστό η Ρουμανία ανέκαθεν κατακτά μία από τις πρώτες (κάποιες φορές και την 1η) θέσεις στις Διεθνείς Μαθηματικές Ολυμπιάδες. Για παράδειγμα στη φετινή (2006) Ολυμπιάδα κέρδισε την 6η θέση.

Αυτό σημαίνει και ότι σε όλο το δίκτυο των Μαθηματικών Διαγωνισμών της χώρας αυτής, ο προσανατολισμός και η φιλοσοφία του θεματολογίου που χρησιμοποιείται (και σίγουρα διδάσκεται στα στάδια της προετοιμασίας) είναι στη κατεύθυνση των απαιτήσεων, του πνεύματος και της φιλοσοφίας των Μαθηματικών Ολυμπιάδων. Γιατί είναι βέβαιο πως όσο σκληρή κι αν ήταν η προετοιμασία των μαθητών της Ρουμανίας, αν δεν ήταν και προς την κατεύθυνση των Διεθνών Διαγωνισμών, αυτοί δε θα μπορούσαν να είναι τόσο αποτελεσματικοί.

Με το σκεπτικό αυτό προτείνονται και στο παρόν (3ο τεύχος του Φ) μερικά θέματα από φετινούς Ρουμάνικους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς. Με την ελπίδα να προβληματίσουν τους Έλληνες μαθητές, που θέλουν να έχουν μια προετοιμασία αξιώσεων για Διεθνείς (και Εθνικούς) Μαθηματικούς Διαγωνισμούς. Ευχαριστούμε για άλλη μια φορά τον μαθητή μας (στα μαθήματα του Σαββάτου) Νίκο Νιμάρα και τη μητέρα του, κυρία Έλενα Νιμάρα για την πολύτιμη βοήθειά τους.

Περισσότερα (συνολικά 16) προτεινόμενα θέματα (σελ. 175 - 177) στο 3ο τεύχος του "φ"

ΤΟΠΙΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ
Νομός Βουκουρεστίου

Τάξη VII (Τρίτη Γυμνασίου)

Θέμα 1ο

Να δείξετε ότι για οποιαδήποτε τιμή του $n \in N$ με $n > 1$, ο αριθμός $A = \sqrt{111...1444...4}$ είναι άρρητος αν το 1 εμφανίζεται n φορές και το 4 εμφανίζεται 2n φορές.

Θέμα 2ο

Στο τρίγωνο $A\hat{B}C$ έχουμε $2A\hat{C}B$. Να αποδείξετε ότι:

(i) $AC^2 = AB^2 + AB \cdot BC$

(ii) $AB + BC < 2AC$

Θέμα 3ο

Το σύνολο M, αποτελούμενο από 4 φυσικούς αριθμούς θα λέγεται "δεμένο" αν για οποιοδήποτε $x \in M$ τουλάχιστον ένας από τους αριθμούς $x - 1$, $x + 1$ ανήκει επίσης στο M. Έστω U_n ο αριθμός των "δεμένων" υποσυνόλων του συνόλου $\{1, 2, 3, ..., n\}$

α) Να υπολογίσετε τον αριθμό U_7

β) Να βρεθεί το μικρότερο n για το οποίο είναι $U_n \geq 2006$.

Θέμα 4ο

Θεωρούμε ισοσκελές τρίγωνο ABC με AB = AC. Έστω D το μέσον της βάσης BC και M το μέσον της AD. Έστω ακόμη N το ίχνος της κάθετης από το D προς την BM. Να δείξετε ότι $A\hat{N}C = 90^\circ$.