# ΣΤΟΝ ΔΡΟΜΟ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥΣ

**Ευάγγελος Ν. Παναγιώτου**
M.sc στην Αλγεβρική Τοπολογία (Παν. Warwick)
M.sc στην Εκπαιδευτική Ερευνα (Ελεύθερο Παν. Βρυξελλών)
M.ed στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθ/κών (τμ. Μαθ/κών Παν.Αθηνών
**Πειραματικό Λύκειο Βαρβακείου Σχολής Αθηνών**

## 1.1 Πράξεις και Αριθμητικά Συστήματα

Σήμερα οι άνθρωποι γράφουν και μιλούν σε πολλές διαφορετικές γλώσσες, αλλά όλοι χρησιμοποιούν τα ίδια σύμβολα για τους αριθμούς καθώς και τις ίδιες υπολογιστικές μεθόδους. Το παγκόσμιο αυτό αριθμητικό σύστημα λέγεται ινδο-αραβικό. Οι σημερινοί μαθητές δεν μπορούν να εκτιμήσουν πόσο δύσκολο ήταν στο παρελθόν το πρόβλημα της εκτέλεσης των τεσσάρων πράξεων διότι διαθέτουν πλέον το κατάλληλο αριθμητικό σύστημα και τους γνωστούς αλγορίθμους για την εκτέλεση των τεσσάρων πράξεων. Αναγνωρίζουν, ίσως, ότι τίποτα δεν είναι πιο κοπιαστικό και ανιαρό στα μαθηματικά όσο η εκτέλεση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων με πολυψήφιους αριθμούς, όπως και η εξαγωγή τετραγωνικών και κυβικών ριζών, πράξεις που εκτός του ότι απαιτούν πολύ χρόνο, είναι εκτεθειμένες και στον κίνδυνο λαθών. Ωστόσο, οποιεσδήποτε πράξεις δεν είναι σοβαρό πρόβλημα όταν διαθέτει κανείς ένα κομπιουτεράκι. Αυτή η διαπίστωση παραπλανεί τους μαθητές και υπονομεύει την πραγματική κατανόηση του προβλήματος. Για να κατανοήσουν οι μαθητές το πρόβλημα και να μην υποβαθμίσουν τις επιτυχίες του παρελθόντος πρέπει να τους πάρουμε σε ένα φανταστικό ταξίδι στα χρόνια εκείνα που δημιουργήθηκαν οι πρώτοι πολιτισμοί.


Πως και πότε τα νέα σύμβολα των αριθμών μπήκαν για πρώτη φορά στην Ευρώπη δεν είναι γνωστό με βεβαιότητα. Το βιβλίο που άσκησε

την μεγαλύτερη επιρροή στη διάδοση της γνώσης και της χρήσης του ινδο-αραβικού συστήματος είναι το Liber abaci (Βιβλίο του άβακα) που έκανε την εμφάνισή του στην Ιταλία το 1202. Συγγραφέας του βιβλίου αυτού ήταν ο Leonardo Fibonacci (1175 – 1250), ο πιο ικανός μαθηματικός του

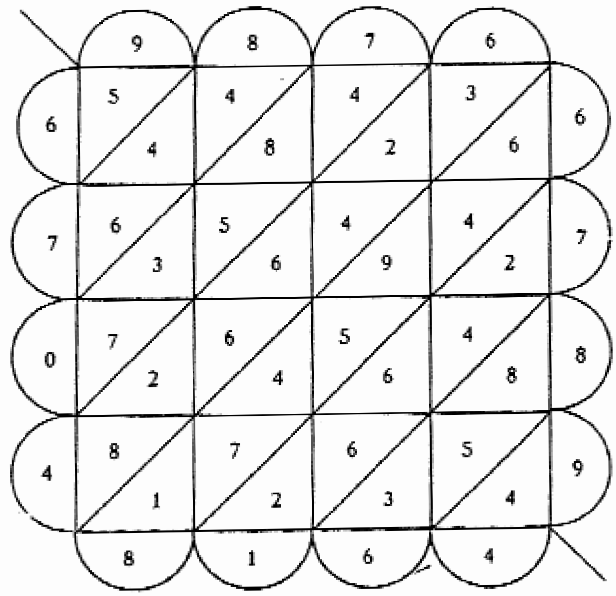
Μεσαίωνα. Μέχρι τότε δεν είχε κατανοηθεί ακόμη ότι η λογιστική που απορρέει από το ινδο-αραβικό σύστημα είναι κατά πολύ ανώτερη από αυτή που στηρίζεται στο ρωμαϊκό σύστημα. Στην αρχή του βιβλίου υπάρχει ο παρακάτω συγκριτικός πίνακας αριθμών που είναι γραμμένοι και στα δύο συστήματα ώστε να φανεί η ανωτερότητα του ινδο-αραβικού συστήματος στο συμβολισμό. Στη συνέχεια υπάρχουν παραδείγματα εκτέλεσης των τεσσάρων πράξεων με αριθμούς αρκετά μεγάλους με τα οποία αποδεικνύεται η υπεροχή του ινδο-αραβικού συστήματος

| | | |
|---|---|---|
| **MI 1001** | MMMXX 3020 | MCXI 1111 |
| MMXXIII 2023 | MMMMMDC 5600 | MCCXXXIII 1234 |
| MMMXXII 3022 | MMM 3000 | MMMMCCCXXI 4321 |

Η απλοποίηση που επέφερε το ινδο-αραβικό σύστημα στον λογισμό επαρκούσε στις συνήθεις καθημερινές περιστάσεις, όχι όμως και για τις ανάγκες των αστρονομικών υπολογισμών. Ανάγκες οι οποίες με την πάροδο του χρόνου αυξάνονταν καθώς οι απαιτήσεις από την αστρονομία για όλο και περισσότερο ακριβέστερες προβλέψεις έκαναν τους υπολογισμούς ακόμη πιο δύσκολους και χρονοβόρους. Έπρεπε να βρεθεί μέθοδος που θα συντόμευε και θα απλοποιούσε τις πιο πολύπλοκες πράξεις, τουλάχιστον αυτές του πολλαπλασιασμού και της διαίρεσης με πολυψήφιους αριθμούς.

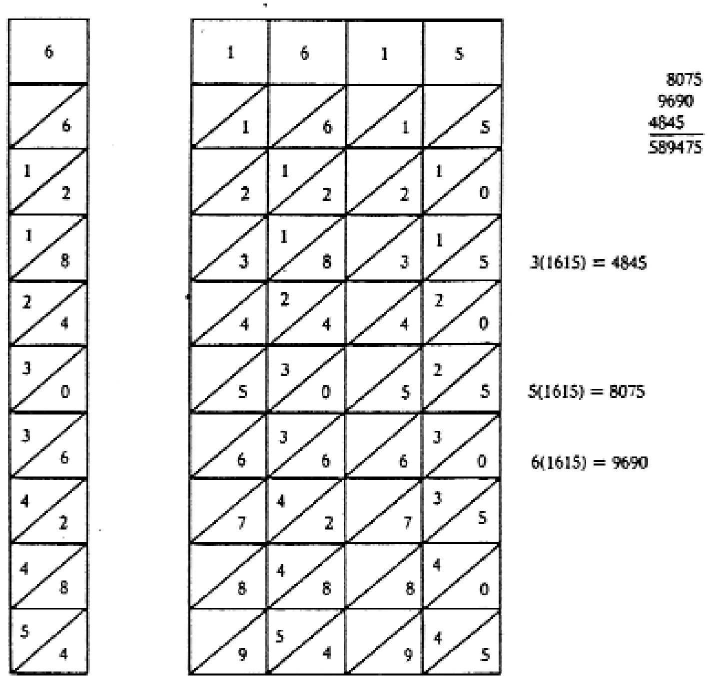
Η δυσκολία που συναντούσε όλος ο κόσμος στον πολλαπλασιασμό μεγάλων αριθμών οδήγησε αρχικά στην επινόηση μηχανικών τρόπων για την εκτέλεσή του. Η πιο δημοφιλής από τις μεθόδους που επινοήθηκαν για την εκτέλεση μεγάλων πολλαπλασιασμών είναι η μέθοδος του δικτυωτού που αναπτύχθηκε αρχικά στην Ινδία και πέρασε στην Ευρώπη από τους Άραβες. Επίσης, ιδιαίτερα διάσημη στην εποχή της ήταν και η επινόηση του Napier (στον οποίο θα αναφερθούμε εκτενέστερα παρακάτω) γνωστή σαν ράβδοι ή κόκαλα του Napier. Με τους μηχανικούς αυτούς τρόπους υπολογισμού, η μόνη πράξη που είχε να κάνει τελικά ο υπολογιστής ήταν η πρόσθεση.

Η μέθοδος του δικτυωτού περιγράφεται στο σχήμα (1) με τον πολλαπλασιασμό του 9876 επί το 6789 και δίνει 67.048.164.




*Σχήμα 1*

Η επινόηση του **Napier** στηρίζεται στην ίδια αρχή με το ινδικό δικτυωτό, με τη διαφορά ότι τώρα η διαδικασία χρειάζεται ορθογώνιες λωρίδες από κόκαλο, μέταλλο, ξύλο ή χοντρό χαρτί. Για καθένα από τα δέκα ψηφία πρέπει να υπάρχει ένα σύνολο λωρίδων, όπως αυτή που φαίνεται αριστερά στο σχήμα (2) για το ψηφίο 6, που περιέχει τα πολλαπλάσια του ψηφίου. Για να εξηγήσουμε την μέθοδο θα πάρουμε το παράδειγμα που διάλεξε και ο **Napier** στο έργο του **Rabdologiae,** τον πολλαπλασιασμό των 1615 και 365. Τοποθετούμε τις λωρίδες των ψηφίων 1, 6, 1, 5 όπως φαίνεται δεξιά στο σχήμα (2). Τα αποτελέσματα των πολλαπλασιασμών του 1615 με το 5, το 6 και το 3 του 365 τα διαβάζουμε ως 8075, 9690 και 4845, αφού κάνουμε πρώτα μερικές διαγώνιες προσθέσεις δύο ψηφίων. Το τελικό αποτέλεσμα βρίσκουμε με μια πρόσθεση, όπως εξηγείται στο σχήμα.




*Σχήμα 2*

**Περισσότερα στο 1ο τεύχος του “φ” (σελ. 53-62)**