

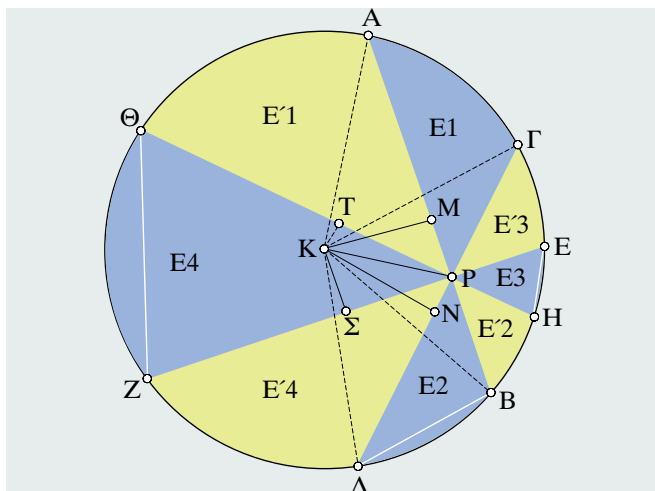
Δημιουργικές σελίδες ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Παν. Οικονομάκος
Μαθηματικός

Θεώρημα της πίτσας

Σε δοσμένο κύκλο (K,ρ) παίρνω ένα σημείο P στο εσωτερικό του. Από το P φέρνω τις χορδές AB, ΘΗ, ΖΕ, ΔΓ έτσι ώστε, γωνία APΘ = γωνία ΘPZ = γωνία ZPΔ = γωνία ΔPB = γωνία BPH = γωνία ΗΠE = $\frac{\pi}{4}$.

Να δειχθεί ότι $E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = E'_1 + E'_2 + E'_3 + E'_4$



Σχήμα 1

Λήμμα 1:

Τα μέτρα των γωνιών BPA, AKΓ, BKΔ, (σε ακτίνια) είναι φ, φ₁, φ₂ αντιστοίχως. Τα εμβαδά των ψευδοτομέων APΓ, BPA, είναι E₁, E₂ αντιστοίχως. Από το σχήμα προκύπτει ότι:

$$E_1 = \text{τομέας}(AK\Gamma) + \text{τρίγωνο}(ΓΚP) - \text{τρίγωνο}(AKP) \quad (1)$$

$$\text{Επίσης } E_2 = \text{τομέας}(BK\Delta) + \text{τρίγωνο}(BKP) - \text{τρίγωνο}(\Delta KP) \quad (2)$$

Από τις (1) & (2) λαμβάνω: