

Μ Α Θ Η Μ Α Τ Ι Κ Α

ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ ΤΟΥ 1ΟΥ ΤΕΥΧΟΥΣ



Μανόλης Αδამ. Κρασανάκης

Μαθητής Γ΄ Τάξης λυκείου, Πειραιάς

1ο α) Ο Βίκτωρας και ο Θάνος παίρνουν εναλλάξ και με την σειρά αυτή μερικές μάρκες από ένα πύργο με 2000 κομμάτια. Έχουν το δικαίωμα όμως να πάρουν 1 ή 7 ή 13 μάρκες κάθε φορά που παίζουν. Νικητής αναδεικνύεται όποιος πάρει την τελευταία μάρκα. Δείξτε ότι το παιχνίδι αυτό δεν είναι «τίμιο» αλλά ούτε και στρατηγική ικανότητα απαιτεί. Συγκεκριμένα, όπως και να παίζουν, ο παίκτης που παίζει πρώτος είναι καταδικασμένος να χάσει. Γιατί;

β) Αν όμως έχουν δικαίωμα να επιλέξουν 1 ή 2 ή 7 ή 13 μάρκες, τότε δείξτε ότι ο πρώτος παίκτης είναι σε πλεονεκτική θέση. Βέβαια η νίκη δεν του χαρίζεται, τώρα έχει όμως στρατηγική που αν την ακολουθήσει η νίκη του είναι βέβαιη. Ποιά είναι άραγε η στρατηγική αυτή;

2ο Σε ένα παιχνίδι, δύο παίκτες ο Α και ο Β τοποθετούν ο καθένας με τη σειρά ένα αριθμό(της επιλογής του) από νομίσματα, το ένα πάνω στο άλλο για να φτιλαξουν ένα πύργο με 60 νομίσματα. Αν οι δυνατοί αριθμοί που μπορεί ο κάθε παίκτης να επιλέξει είναι 2 ή 3 ή 4 νομίσματα, και ο νικητής είναι ο παίκτης που προσθέτει το

ΛΥΣΗ: α) Αρχικά παρατηρούμε ότι ο αριθμός των μαρκών είναι ζυγός ενώ οι αριθμοί των μαρκών που επιτρέπεται να πάρουν κάθε φορά οι παίκτες είναι μονοί. Επομένως ο τελευταίος παίκτης που θα νικήσει πριν παίξει θα πρέπει ο πύργος να έχει μονό αριθμό από μάρκες, πράγμα που συμβαίνει μόνο τις φορές που παίζει ο δεύτερος παίκτης καθώς: Ζυγός - Μονός = Μονός άρα όσες μάρκες και αν πάρει ο πρώτος παίκτης θα παραδώσει στον δεύτερο μονό αριθμό ενώ ο δεύτερος θα ξαναπαραδώσει στον πρώτο ζυγό αριθμό αφού Μονός - Μονός = Ζυγός και συνεπώς ο πρώτος δεν έχει καμία ελπίδα να νικήσει!

β) Παρατηρούμε ότι τα 2000 κομμάτια είναι ένα (πολλαπλάσιο του 3) + 2 μάρκες. Άρα ο πρώτος αρκεί να παίξει στην αρχή το 2 και μετά να συμπληρώσει πολλαπλάσια του 3. Αυτό βεβαίως επιτυγχάνεται αφού ό,τι και να παίξει ο Β, ο Α ρίχνει το συμπληρωματικό του, δηλαδή $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$ ή $2 \rightarrow 7$, $7 \rightarrow 2$, $13 \rightarrow 2$, Έτσι δεν υπάρχει περίπτωση ο Β να φτάσει στα 2000 κομμάτια.

ΛΥΣΗ: Σε αυτό το παιχνίδι στρατηγική νίκης έχει ο Β(δεύτερος παίκτης) σχηματίζοντας με τα νομίσματα του Α ορόφους 6 νομισμάτων κάθε φορά. Έτσι στην 10 φορά θα τοποθετήσει το τελευταίο νόμισμα. Η βασική παρατήρηση που λύνει το πρόβλημα είναι: $2+4=3+3=4+2=6$ δηλαδή όταν ο Α βάζει 2 ο Β πρέπει να βάλει 4 για να συμπληρώσει εξάδα, αντίστοιχα όταν ο Α βάλει 3 πρέπει και