



# The Math Circle

Torus Knot  
T(7,2)

Περιοδικό  
"Το φ", τεύχος 10.  
Πρόβλημα σελ. 168

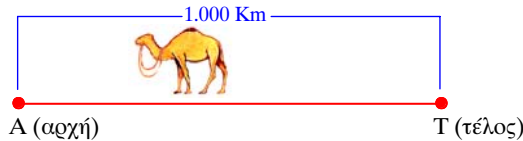
## Λύση:

### Ρίζος Γιώργος

18 Νοεμβρίου 2004,  
(21ο Συνέδριο Ε.Μ.Ε.,  
Τρίκαλα)

## ΛΥΣΗ:

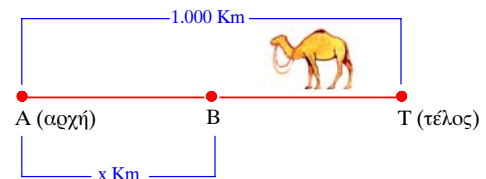
- Αν η καμήλα δεν κάνει καμμία στάση, θα φορτώσει 1.000 μπανάνες στο Α (αρχή) και θα φτάσει στο Τ (τέλος) χωρίς καθόλου μπανάνες, αφού θα διανύσει ακριβώς 1.000 Km και θα καταναλώσει επίσης ακριβώς 1.000 μπανάνες. Θα παρατήσει δε στο Α τις υπόλοιπες 2.000 μπανάνες να σαπίζουν...



Άρα, η καμήλα πρέπει να κάνει τουλάχιστον μία στάση, να επιστρέψει και να ξαναφορτώσει.

Θα διερευνήσουμε όλες τις δυνατές περιπτώσεις της διαδρομής από την αρχή (Α) ως το τέλος (Τ). Όχι μόνο θα επιλέξουμε τη βέλτιστη διαδρομή, αλλά ταυτόχρονα θα αποδείξουμε ότι αποκλείεται να υπάρχουν άλλες αποδοτικότερες.\*

- Έστω ότι η καμήλα κάνει μία στάση, στο σημείο Β, που απέχει  $x$  Km από το Α. Πρέπει  $x \leq 500$ , ώστε να μπορέι να επιστρέψει στο Α.



Τότε, ξεκινά με 1.000 μπανάνες (μέ-

γιστη ποσότητα) από το Α, φτάνει στο Β, αφήνει  $1.000 - 2x$  μπανάνες και επιστρέφει στο Α. Φορτώνει 1.000 μπανάνες και ξαναπάει στο Β, αφήνει  $1.000 - 2x$  μπανάνες και επιστρέφει στο Α. Φορτώνει τις τελευταίες 1.000 μπανάνες και φτάνει στο Β με  $1.000 - x$  μπανάνες. Έχουμε λοιπόν τώρα στο Β:  $3.000 - 5x$  μπανάνες.

Αν είναι  $3.000 - 5x \leq 1.000 \Leftrightarrow \dots \Leftrightarrow x \geq 400$  Km, τότε θα κάνει τη διαδρομή ΒΤ μία μόνο φορά.

Στη διαδρομή ΒΤ θα καταναλώσει  $1.000 - x$  μπανάνες, άρα θα φτάσει στο Τ με φορτίο:  $3.000 - 5x - (1.000 - x) = 2.000 - 4x$  μπανάνες.

Αφού  $400 \leq x \leq 500$ , θα είναι:  $-1.600 \geq -4x \geq -2.000 \Leftrightarrow$

$2.000 - 1.600 \geq 2.000 - 4x \geq 2.000 - 2.000 \Leftrightarrow 400 \geq 2.000 - 4x \geq 0$ .

Άρα η μέγιστη ποσότητα που μεταφέρει στο Τ, κάνοντας μία στάση, είναι 400 μπανάνες.

## ΣΧΟΛΙΟ:

Κάθε διαδρομή έχει ασφαλώς μέγιστη απόδοση, αν φορτώνεται η καμήλα με τη μεγαλύτερη δυνατή ποσότητα που μπορούμε. Οπότε διερευνούμε κάθε φορά τις περιπτώσεις, όπου από κάθε στάση, η καμήλα κινείται προς το Τ φορτωμένη με 1.000 μπανάνες, ενώ επιστρέφει προς την προηγούμενη στάση μόνο με την απαραίτητη για την τροφή της ποσότητα. Πράγματι, για να φτάσει στο Τ με μέγιστο φορτίο, πρέπει να ξεκινήσει από το Β με το μέγιστο δυνατό φορτίο (1.000 μπανάνες). Αυτό συμβαίνει όταν  $x = 400$  Km.