

ΗΡΑΚΛΕΙΟ

Μια πόλη όπου ανθίζουν τα ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

A. Βαρβεράκης

[Σ.τ.Ε.] Ανέκαθεν το Ηράκλειο υπήρξε τόπος προέλευσης "πολύ δυνατών" μαθητών στα Μαθηματικά πολλοί από τους οποίους σήμερα κάνουν Ακαδημαϊκή καριέρα σε Ελληνικά αλλά και στα μεγαλύτερα και διασημότερα Πανεπιστήμια του κόσμου.

Οι κατά καιρούς Ηρακλειώτες μαθητές είχαν την τύχη να δραστηριοποιούνται στην πόλη τους, είτε στη δημόσια είτε στην ιδιωτική εκπαίδευση φωτισμένοι δάσκαλοι των Μαθηματικών, άνθρωποι με ιδιαίτερη αγάπη προς την επιστήμη τους και το λειτούργημά τους. Δεν θα αναφερθούμε σε ονόματα συγκεκριμένα, γιατί είναι αρκετά, και δύσκολα μπορεί κανείς να δώσει ένα κατάλογο που να μην έχει παραλείψεις. Θα ήταν όμως ισοπεδωτικό εκ μέρους του "φ" και δεν είναι δυνατό να μην αναφερθούμε στις οργανωμένες προσπάθειες (σε Σχολεία του Ηρακλείου), δύο αξίων συναδέλφων που ούτως ή άλλως τη δουλειά τους παρουσιάζουμε αμέσως παρακάτω. Πρόκειται για τους συναδέλφους Βαρβεράκη Ανδρέα και Παυλάκο Περιελή.

Αλλά θα ήταν επίσης άδικη η μη αναφορά στους ανθρώπους που εμπλούτισαν την Ελληνική Μαθηματική βιβλιογραφία με κλασικά πλέον συγγράμματα (δυστυχώς εκτός κυκλοφορίας), τους πρώην καθηγητές του ιστορικού "Λύκειον ο Κοραΐς" κ.κ. Μ.Γ. Μαραγκάκη και Ε.Μ. Κατσοπρινάκη.

Πολλές μεγάλες διακρίσεις Ηρακλειωτών μαθητών στα Μαθηματικά υπήρξαν καρποί της δικής τους δουλειάς,

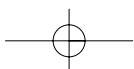
Οι μαθηματικοί διαγωνισμοί στο Ηράκλειο

Μικρό Ιστορικό

Οι Μαθηματικοί διαγωνισμοί αποτελούν εδώ και χρόνια, ένα πεδίο, όπου οι μαθητές που διαθέτουν κάποιο

ιδιαίτερο ταλέντο στα Μαθηματικά, μπορούν να το αναπτύξουν και να ασχοληθούν αρκετά παραπάνω από αυτά που συνήθως απαιτεί το σχολικό πρόγραμμα. Από το 1959, έτος διεξαγωγής της πρώτης Διεθνούς Μαθηματικής Ολυμπιάδας (Δ.Μ.Ο.), όλο και περισσότερες χώρες συμμετέχουν σε αυτό τον θεσμό, καθώς επίσης λαμβάνουν χώρα παγκοσμίως και άλλοι Μαθηματικοί διαγωνισμοί, τοπικοί ή διεθνείς. Από το 1975, στην Δ.Μ.Ο συμμετέχει και η Ελλάδα, με την Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία (Ε.Μ.Ε.) να διοργανώνει κάθε χρόνο Πανελλήνιους διαγωνισμούς για την ανάδειξη των καλύτερων μαθητών, αλλά κυρίως για να δοθεί η αφορμή και το κίνητρο να ασχοληθούν με τα Μαθηματικά εκείνοι που τα βλέπουν όχι απλά σαν ένα μάθημα ή μία επιστήμη, αλλά πάνω απ'όλα σαν μία ευχάριστη ενασχόληση. Οι περισσότεροι από τους μαθητές που διακρίθηκαν σε κάποιο Μαθηματικό διαγωνισμό, ακόμα και αν στην συνέχεια δεν έγιναν μαθηματικοί η ακόμα και αν δεν σπούδασαν κάποια από τις θετικές επιστήμες, συνέχισαν να ασχολούνται με τα μαθηματικά, όταν τους δίνονταν η ευκαιρία.

Στα πλαίσια και με την αφορμή των προαναφερθέντων διαγωνισμών, το παράρτημα Ηρακλείου της Ε.Μ.Ε. οργανώνει εδώ και αρκετά χρόνια τμήματα μαθητών, στα οποία ασχολούμαστε κυρίως με τον τομέα που διεθνώς αναφέρεται σαν Επίλυση Προβλημάτων (Problem Solving). Φυσικά για να ασχοληθεί κάποιος είτε καθηγητής, είτε μαθητής με τον τομέα αυτό, απαιτείται πάνω από όλα, εκτός από τις όποιες γνώσεις ή ικανότητες, αυτό που λέμε "μεράκι" και αγάπη για τα Μαθηματικά. Τα υπόλοιπα, (τρόπος, χρόνος, τόπος) βρίσκονται. Επειδή είχα και έχω τη χαρά της προσωπικής εμπειρίας και σαν μαθητής παλαιότερα, αλλά και σαν Μαθηματικός και μέλος της Δ. Ε. του τοπικού Παραρτήματος τα τελευταία 15 χρόνια, θα ήθελα να καταθέσω τις προσωπικές μου απόψεις και εμπειρίες από την ενασχόλησή μου με τον τομέα αυτό.





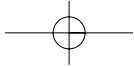
Από το 1992 ξεκίνησε η σύσταση τμημάτων, αρχικά από τους μαθητές που είχαν διακριθεί στον τότε διαγωνισμό. Από τότε, για δέκα περίπου χρόνια λειτουργούσαν κατά διαστήματα αντίστοιχα τμήματα, με μικρότερη ή μεγαλύτερη συμμετοχή μαθητών. Την τελευταία πενταετία, με αφορμή τη διοργάνωση της 45ης Δ.Μ.Ο. στην Αθήνα και την ένταξη των τμημάτων αυτών στα προγράμματα Πρόσθετης Διδακτικής Στήριξης, η λειτουργία τους έγινε πιο τακτική και συστηματική. Στην προσπάθεια αυτή συνέδραμαν αρκετοί συνάδελφοι, μέλη κυρίως των κατά καιρούς Δ. Ε. του παραρτήματός μας, αλλά και απλά μέλη της Ε.Μ.Ε. Ενδεικτικά, δεν μπορώ να μην αναφερθώ στον αείμνηστο Δημήτρη Καβουσανάκη με τον οποίο ξεκινήσαμε την προσπάθεια το 1992. Πολύτιμη υπήρξε και η βοήθεια του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Κρήτης, τόσο με την παραχώρηση για αρκετά χρόνια γραφείου για τη στέγαση του παραρτήματος, όσο και αίθουσας διδασκαλίας, αλλά κυρίως με την ενεργό συμμετοχή του Καθηγητή στο Τμήμα, κυρίου Μιχάλη Λάμπρου.

Στα μαθήματα αυτά δίνεται η δυνατότητα στους μαθητές που το επιθυμούν, να ασχοληθούν με προβλήματα αρκετά δυσκολότερα από εκείνα που λύνουν στο σχολείο. Η αλήθεια είναι ότι οι περισσότεροι από τους μαθητές αυτούς, βρίσκουν πολύ απλά τα περισσότερα από τα μαθηματικά που ακούν στο σχολείο, με συνέπεια πολλές φορές να βαριούνται στο μάθημα, καθώς συνήθως αποτελούν πολύ μικρή μειοψηφία των μαθητών μιας τάξης και το μάθημα δεν μπορεί να προσαρμόζεται σε αυτούς. Τα θέματα άλλωστε των διαγωνισμών, τις περισσότερες φορές απαιτούν και γνώσεις που δεν περιλαμβάνονται στην σχολική ύλη. Πάνω από όλα όμως απαιτούν αυτό που λέμε καθαρή Μαθηματική σκέψη. Υπάρχουν άλλωστε πάρα πολλά δύσκολα προβλήματα, (ακόμα και αυτά που λέμε σπαζοκεφαλιές ή γρίφοι), τα οποία από πλευράς γνώσεων δεν χρειάζονται τίποτα παραπάνω από τις διδασκόμενες μέχρι την Α΄ Γυμνασίου. Τα περισσότερα από τα προβλήματα με τα οποία ασχολούμαστε στη διαδικασία αυτή, έχουν να κάνουν

με κλάδους των μαθηματικών όπου κατ'εξοχή κυριαρχεί η καθαρή Μαθηματική σκέψη και τέτοιои είναι η Θεωρία Αριθμών και η Ευκλείδεια Γεωμετρία. Αλλά μας δίνεται η ευκαιρία να ασχοληθούμε και με προβλήματα που σχετίζονται με άλλους κλάδους, όπως η Συνδυαστική, η Θεωρία Γραφημάτων, κλπ, χωρίς να απουσιάζουν και θέματα που έχουν μεγαλύτερη συνάφεια με τα σχολικά μαθηματικά (Αριθμητική, Άλγεβρα, Ανάλυση), πάντα βέβαια με μεγαλύτερο βαθμό δυσκολίας από αυτά που συναντάμε στα πλαίσια του σχολικού προγράμματος.

Τα μαθήματα γίνονται κατά κανόνα κάθε Σάββατο (είναι ιδιαίτερα δύσκολο να βρεθεί ώρα που να βολεύει όλους σε άλλη μέρα της εβδομάδας) και είναι συνήθως δίωρης διάρκειας για κάθε τμήμα. (Αρκετές φορές μπορεί να γίνει και τρίωρο χωρίς να υπάρξει ίχνος κούρασης σε μαθητές και διδάσκοντα!). Τα τμήματα χωρίζονται τυπικά σε μικρούς-μεγάλους όπως γίνεται και διεθνώς ο διαχωρισμός, αλλά στην ουσία η κατανομή γίνεται με γνώμονα περισσότερο τον χρόνο ενασχόλησης και την εμπειρία που έχει ο κάθε μαθητής με θέματα της συγκεκριμένης μορφής. Οι περισσότεροι μαθητές που παρακολουθούν τακτικά τα μαθήματα είναι από την Β΄ και Γ΄ Γυμνασίου και την Α΄ Λυκείου, καθώς όπως γίνεται αντιληπτό, οι δύο τελευταίες τάξεις του Λυκείου δεν αφήνουν πολλά χρονικά περιθώρια στους περισσότερους μαθητές. Το μάθημα στηρίζεται συχνά σε ιδέες που πηγάζουν από την επίλυση κατάλληλα επιλεγμένων θεμάτων από διάφορους διαγωνισμούς, αλλά και από Ελληνικά και ξένα βιβλία, περιοδικά καθώς και Δικτυακούς τόπους που πραγματεύονται τα θέματα αυτά. Τα τελευταία χρόνια έχει εμπλουτιστεί αρκετά και η Ελληνική βιβλιογραφία από πολλά αξιόλογα βιβλία, ιδιαίτερα χρήσιμα σε όποιον ασχολείται με τον τομέα αυτό. Ένα από τα πιο πρόσφατα είναι και το περιοδικό Φ, το οποίο αφιερώνει μεγάλο μέρος της ύλης του σε αντίστοιχα θέματα. (Όλοι σχεδόν οι μαθητές των τμημάτων μας έσπευσαν να το προμηθευτούν).

Είναι αρκετά τα στοιχεία που διαφοροποιούν τα μαθήματα αυτά από το σχολικό ή το λεγόμενο φροντιστηριακό μάθημα. Δεν είναι λίγες οι φορές



που το μάθημα γίνεται σε ένα τμήμα, καθώς υπάρχει πληθώρα θεμάτων που μπορεί να διαπραγματευτούν ανεξάρτητα από την ύλη μιας συγκεκριμένης τάξης. Ξεκινώντας μάλιστα από ένα συγκεκριμένο θέμα, μπορεί στο τέλος να καταλήξει κανείς σε πολλά διαφορετικά κεφάλαια των μαθηματικών και να κάνει τις αντίστοιχες θεωρητικές αναφορές. Είναι ιδιαίτερα σημαντικό και το τονίζω πάντα στους μαθητές, να ψάχνουν, να βρίσκουν και να φέρνουν στην τάξη για συζήτηση, θέματα που αντιμετώπισαν και είτε τα έλυσαν, είτε τα έφτασαν μέχρι ένα σημείο. Η ανταλλαγή των σκέψεων και των ιδεών που πηγάζουν από ένα πρόβλημα, είναι ιδιαίτερα σημαντική και τις περισσότερες φορές προκύπτει και κάτι καινούριο. Η μορφή του μαθήματος πρέπει να είναι τέτοια, ώστε να αποτρέπει το μαθητή από το να γίνεται παθητικός δέκτης γνώσεων. Δεν είναι άσκοπο μάλιστα (και το έχουμε κάνει πράξη), κάποιες φορές να γίνεται το μάθημα με ταυτόχρονη παρουσία δύο διδασκόντων, ο ένας σε ρόλο ακροατή. Άλλωστε και οι διδάσκοντες όπως και οι μαθητές, διδασκόμαστε πολλά από τα μαθήματα αυτά και η αποκτώμενη εμπειρία είναι ιδιαίτερα σημαντική.

Ανεξάρτητα από το αν πετύχει την διάκριση και το πόσο μακριά μπορεί να φτάσει σε αυτούς τους διαγωνισμούς ένας μαθητής, νομίζω ότι τα οφέλη που αποκομίζει είναι αρκετά. Όπως βέβαια και η ικανοποίηση που αισθάνονται όλοι όσοι συμμετέχουν στην προσπάθεια αυτή. Πάντοτε όμως οι ιδιαίτερες επιτυχίες των μαθητών μας, μας γεμίζουν με ιδιαίτερη χαρά. Σε συνδυασμό με τα προηγούμενα, πιστεύω ότι οι 11 συμμετοχές μαθητών του Νομού μας στον διαγωνισμό Αρχιμήδης 2005 και οι 14 στον αντίστοιχο του 2006, (μεγαλύτερες συμμετοχές από κάθε άλλη χρονιά, αλλά και από τις μεγαλύτερες μεταξύ όλων των Νομών της χώρας), οι περισσότεροι από τους οποίους ήταν στο Γυμνάσιο και επανέλαβαν την επιτυχία τους και την δεύτερη χρονιά, καθώς και το ολοένα αυξανόμενο ενδιαφέρον μαθητών να συμμετάσχουν στα μαθήματα που οργανώνουμε και στους διαγωνισμούς της Ε.Μ.Ε., δείχνουν ότι βαδίζουμε στη σωστή κατεύθυνση και μας δίνουν το κουράγιο να συνεχίσουμε αυτή την προσπάθειά.

Χαρακτηριστικά είναι τα παρακάτω λόγια της

μαθήτριάς μας Ριστιβόιεβιτς Σόνια για τα οφέλη που τα ίδια τα παιδιά δείχνουν να αισθάνονται ότι αποκομίζουν.

*Ονομάζομαι **Ριστιβόιεβιτς Σόνια** και είμαι μαθήτρια της Α' Λυκείου. Από την Β' Γυμνασίου και κάθε χρόνο, παίρνω μέρος στους διαγωνισμούς της Ε.Μ.Ε.. Την πρώτη φορά που πήγα στον διαγωνισμό, το έκανα για να δοκιμάσω τις δυνατότητές μου χωρίς να έχω συγκεκριμένους στόχους. Τελικά όμως άξιζε τον κόπο και για άλλους λόγους.*

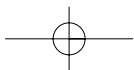
Στους διαγωνισμούς αυτούς μου δόθηκε η ευκαιρία να λύσω θέματα διαφορετικά από αυτά του σχολείου. Θέματα που δεν έχουν στόχο να ελέγξουν τις γνώσεις του μαθητή, αλλά να εξασκήσουν το μυαλό του χωρίς την πίεση του χρόνου και το άγχος της βαθμολογίας.

Στη συνέχεια άρχισα να πηγαίνω και στα μαθήματα που οργάνωνε το Παράρτημα Ηρακλείου της Ε.Μ.Ε.. Εκεί μου δόθηκε η ευκαιρία να λύσω και άλλες πρωτότυπες ασκήσεις. Τα μαθήματα αυτά όμως, εκτός από γνώσεις, μου προσέφεραν και κάτι ακόμα πολύ σημαντικό. Την επαφή με ανθρώπους με τους οποίους βρήκα πολλά κοινά και οι οποίοι μου έδωσαν δύναμη και θέληση να ασχοληθώ με τα μαθηματικά. Αυτούς τους ανθρώπους θα ήθελα να ευχαριστήσω για όσα μου προσέφεραν με ή χωρίς να το ξέρουν.

Θα συνιστούσα σε όλους εσάς που είστε μαθητές Γυμνασίου ή Λυκείου, να μη βαρεθείτε και να δώσετε στον εαυτό σας την ευκαιρία να αγωνιστεί σε ένα τόσο ωραίο αγώνισμα της ψυχής και του μυαλού, όπως είναι αυτοί οι διαγωνισμοί.

ΠΙΣΤΕΨΤΕ ΜΕ ΑΞΙΖΕΙ ΤΟΝ ΚΟΠΟ!

Μια γεύση από τα προβλήματα που μας απασχολούν κάθε Σάββατο είναι τα παρακάτω μαθηματικά γυμνάσματα (για το γυμνάσιο... και όχι μόνο!).





Μαθηματικά Γυμνασµατα

Ανδρέας Βαββεράκης

1 Σε δύο διαφορετικά καταστήματα υπάρχουν προσφορές για το ίδιο προϊόν. Στο κατάστημα Α προσφέρεται 20% έκπτωση επί της αρχικής του τιμής. Στο κατάστημα Β προσφέρεται 20% επί πλέον ποσότητα χωρίς να μεταβληθεί η αρχική τιμή του προϊόντος. Ποια προσφορά είναι πιο συμφέρουσα για τον καταναλωτή με δεδομένο ότι και τα δύο καταστήματα είχαν τις ίδιες αρχικές τιμές και ποσότητες;

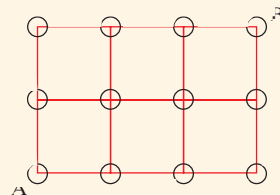
2 Δύο δοχεία Α και Β περιέχουν την ίδια ποσότητα νερού. Με την βοήθεια ενός δοχείου σχήματος ανεστραμμένου κώνου, γεμίζοντας το μέχρι πάνω, μεταφέρουμε νερό από το Α στο Β. Στην συνέχεια, επιστρέφουμε νερό από το Β στο Α, γεμίζοντας τον κώνο δύο φορές, μία κατά τα $\frac{3}{4}$ και μία κατά τα $\frac{4}{5}$ του ύψους του. Ποιο από τα δύο δοχεία περιέχει τώρα περισσότερο νερό;

3 Να βρεθούν δύο μη μηδενικοί αριθμοί α και β , τέτοιοι ώστε $\alpha + \beta = \alpha\beta = \alpha : \beta$

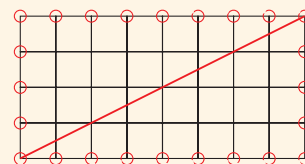
4 Να βρεθούν πέντε διαφορετικοί ακέραιοι αριθμοί, που το γινόμενο τους να ισούται με 20.

5 Πόσοι είναι οι τετραψήφιοι αριθμοί που σχηματίζονται χρησιμοποιώντας τα ψηφία 1, 2, 3 και 4 από μία φορά; Να βρεθεί το άθροισμα των αριθμών αυτών.

6 Πόσο είναι το μήκος της συντομότερης διαδρομής από το Α στο Β και πόσες τέτοιες υπάρχουν ακολουθώντας μόνο τις γραμμές του πλέγματος που αποτελείται από μοναδιαία τετράγωνα; Δοκιμάστε και με πλέγμα διαστάσεων 2×4 ή 3×5 και γενικότερα νχι.



7 Στο παρακάτω 4×8 πλέγμα έχουμε φέρει μία διαγώνιο. Από πόσους κόμβους του πλέγματος (κοινά σημεία οριζοντίων και καθέτων) περνά η διαγώνιος; Τι γίνεται στην περίπτωση 5×8 ή γενικότερα για πλέγμα διαστάσεων νχι;



8 Ξεκινώντας από το Θ της πρώτης πυραμίδας και κατεβαίνοντας μία γραμμή σε κάθε βήμα, με πόσους τρόπους μπορούμε να σχηματίσουμε τη λέξη ΘΑΛΗΣ; Το ίδιο στη δεύτερη προχωρώντας δεξιά ή κάτω και στα άλλα δύο σχήματα, αρχίζοντας από πάνω αριστερά και καταλήγοντας κάτω δεξιά..

Περισσότερα προβλήματα (συνολικά 25) στο 3ο τεύχος του "φ"