

Η αλήθεια για το The Truth about Königsberg

Brian Hopkins and Robin J. Wilson

Μετάφραση(*): Β. Ε. Βισκαδουράκης

(* *Με την άδεια του καθηγητή Robin Wilson*)



Ο **Brian Hopkins** είναι επίκουρος καθηγητής στο St. Peter's College, στο Jersey City του New Jersey. Έχει πάρει διδακτορικό από το Παν/μιο της Washington στην Αλγεβρική Συνδιαστική με εργασία πάνω στη θεωρία αναπαραστάσεων αλγεβρών Lie. Άλλα επαγγελματικά του ενδιαφέροντα περιλαμβάνουν τη θεωρία γραφημάτων και τη μαθηματική εκπαίδευση. Απολαμβάνει χορωδιακή μουσική, ποίηση, και την πόλη της Νέας Υόρκης.



Ο **Robin Wilson** είναι Πρόεδρος του Τμήματος Θεωρητικών Μαθηματικών του Ανοικτού Παν/μίου στη Μεγ. Βρετανία και Μέλος (Fellow) του Keble College του Παν/μίου της Οξφόρδης. Έχει γράψει και εκδώσει περίπου δύο ντουζίνες βιβλίων αναφερόμενα από τη θεωρία Γραφημάτων μέχρι την Ιστορία των Μαθ/κών. Ενδιαφέρεται πολύ για τη Μουσική και είναι συνεκδότης βιβλίου γύρω από τη Μουσική και τα Μαθηματικά.

Η εργασία - paper του Euler σχετικά με τις γέφυρες του Königsberg θεωρείται ευρέως ως η πρώτη συμβολή στη θεωρία γραφημάτων, αν και η λύση του Euler δεν κάνει καμία νύξη περί γραφημάτων. Στην εργασία που ακολουθεί τοποθετούμε τις θεωρήσεις του Euler για τις γέφυρες του Königsberg στο ιστορικό τους πλαίσιο, παρουσιάζουμε τη μέθοδο λύσης του Euler και εξιχνιάζουμε την ανάπτυξη της σύγχρονης λύσης του προβλήματος.

Τί δεν έκανε ο Euler

Ένας πολύ γνωστός διασκεδαστικός γρίφος αναφέρεται στις γέφυρες του Königsberg. Λέγεται πως στις αρχές του 18ου αιώνα, οι κάτοικοι της πόλης του Königsberg συνήθιζαν να περνούν τα Κυριακάτικα απογεύματα κάνοντας πεζοί το γύρο της όμορφης πόλης τους. Η πόλη αυτή καθ' αυτή αποτελείται από τέσσερις τομείς που δημιουργούνται από τους κλάδους του ποταμού Pregel πάνω από τους οποίους ήταν χτισμένες εφτά γέφυρες, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

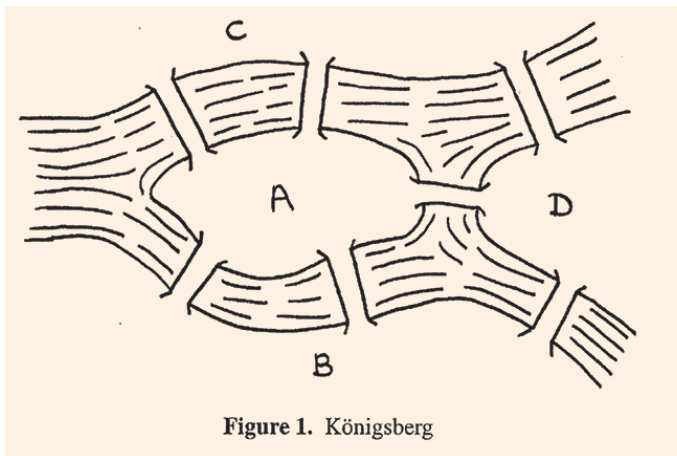


Figure 1. Königsberg

Το πρόβλημα που οι κάτοικοι έθεταν στον εαυτό τους ήταν να περπατήσουν σ' όλη την πόλη, διασχίζοντας όμως κάθε μία από τις εφτά γέφυρες ακριβώς μία φορά και, αν ήταν δυνατόν, να επιστρέψουν στο σημείο της αφετηρίας τους.

Αν κοιτάξετε σε κάποια βιβλία διασκεδαστικών Μαθηματικών ή παρακολουθήσετε κάποιους ειδικούς της θεωρίας Γραφημάτων οι οποίοι ξέρουν καλύτερα, θα "μάθετε" πως ο Leonard Euler έλυσε το πρόβλημα των γεφυρών του Königsberg σχεδιάζοντας ένα σκίτσο / γράφημα της πόλης όπως αυτό του σχήματος 2, με κάθε κορυφή να παριστάνει μία από τις τέσσερις περιοχές της πόλης και κάθε γραμμή μία από τις εφτά γέφυρες.

Έτσι το πρόβλημα μετατρέπεται στο να βρεις μια διαδρομή σ' αυτό το γράφημα, που να περνά από κάθε γραμμή ακριβώς μία φορά.

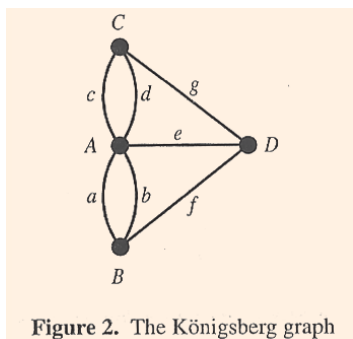


Figure 2. The Königsberg graph

Αλλά ο Euler δε σχεδίασε το γράφημα του σχήματος 2 - γραφήματα τέτοιου είδους δεν είχαν κάνει την εμφάνισή τους μέχρι το δεύτερο μισό του 19ου αιώνα.

Τότε, τί ακριβώς έκανε ο Euler;

Το πρόβλημα των γεφυρών του Königsberg

Το 1254 Τεύτονες (Γερμανικής προέλευσης κάτοικοι στη βορειοανατολική Ευρώπη) ίδρυσαν την Πρωσική πόλη του Königsberg (στην κυριολεξία Βουνό του βασιλιά).

Με τη στρατηγική της θέση στον ποταμό Pregel, αναδείχθηκε σε εμπορικό κέντρο και σε μια σημαντική πόλη του μεσαίωνα.

Ο ποταμός περικύκλωνε το νησί Kneiphof και χώριζε την πόλη σε τέσσερις περιοχές που συνδέονταν με επτά γέφυρες:

την Blacksmith, την Connecting, την Hight, την Green, την Honey, την Merchant και την Wooden.

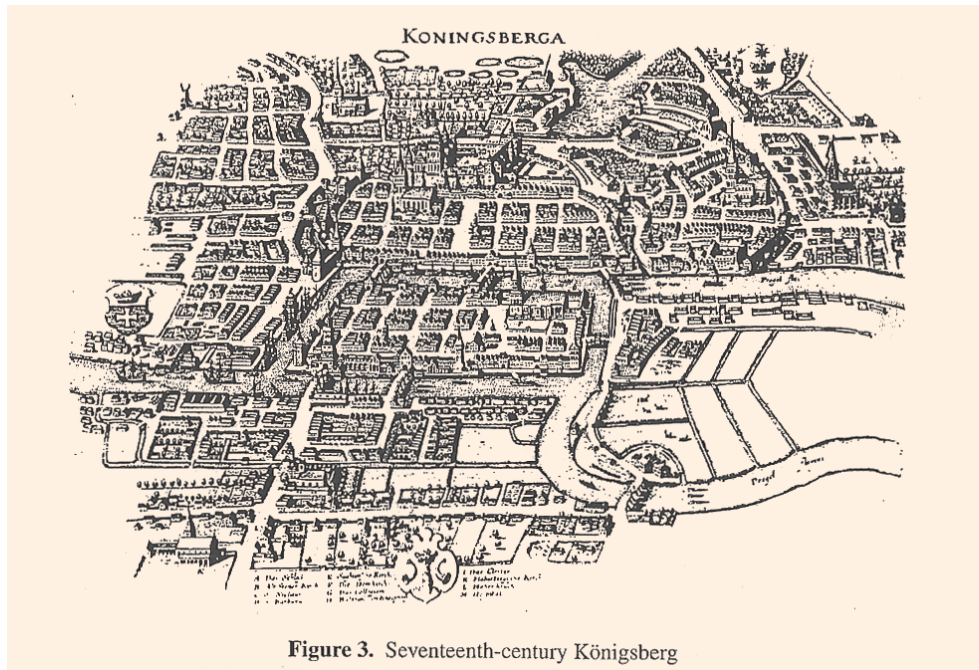


Figure 3. Seventeenth-century Königsberg

Στο σχέδιο 3 φαίνεται ένας χάρτης της πόλης του 17ου αιώνα.

Το Königsberg αργότερα έγινε πρωτεύουσα της Ανατολικής Πρωσίας και πιο μετά δεν είναι παρά η Ρωσική πόλη Καλλίνινγκραντ, ενώ ο ποταμός Pregel μετονομάστηκε σε Pregolia.

Το 1727 ο Leonard Euler άρχισε να εργάζεται στην Ακαδημία Επιστημών της Αγίας Πετρούπολης. Στις 26 Αυγούστου του 1735 παρουσίασε στους συναδέλφους του μια εργασία πάνω στη λύση ενός "προβλήματος σχετιζόμενο με τη γεωμετρία θέσης": ήταν το πρόβλημα των γεφυρών του Königsberg. Αντιμετώπιζε επίσης το γενικότερο πρόβλημα:

"Δεδομένης οποιαδήποτε διάταξης γεφυρών, υπάρχει γενική μέθοδος για να καθορίσουμε αν μια τέτοια διαδρομή υπάρχει;"

Το 1736 ο Euler μετέγραψε τη λύση του στο λαμπρό του paper, στο Commentarii Academiae Scientiarum Imperialis Petropolitanae υπό τον τίτλο "Solutio problematis ad geometriam situs pertinentis" [2]. Το διάγραμμα του Euler των γεφυρών του Königsberg είναι αυτό του σχήματος 4. Αν και το paper αυτό του Euler χρονολογείται από το 1736 στην πράξη δε δημοσιεύτηκε μέχρι το 1741, και ανατυπώθηκε, το 1752 στη νέα έκδοση του Commentarii (Nova Acta Commentarii ...).