Έχει λόγο ύπαρξης το “φ”;

Τα ερωτήματα που έφεραν στο φώς το «φ» το 2004 και συνεχίζουν να αποτελούν το κέρας της αμάλθειας γι'αυτό, είναι τα γνωστά, αλλά δύσκολα στην απάντηση τους ερωτήματα:

Τι Μαθηματικά θα διδάξουμε και πώς θα τα διδάξουμε;

Η αναζήτηση απαντήσεων σ' αυτά τα ζητήματα την τελευταία δεκαετία του 20ου αιώνα αποτέλεσε κεντρικό άξονα προβληματισμού της παγκόσμιας Εκπαιδευτικής Μαθηματικής Κοινότητας. Οι προσεγγίσεις που έχουν γίνει τη συγκεκριμένη περίοδο και συνεχίζουν να γίνονται, είναι περισσότερο επιστημονικές και ολοκληρωμένες από ποτέ. Κι αυτό για πολλούς λόγους. Η ανάπτυξη των Γνωστικών Επιστημών τη δεκαετία του '90-2000, (έχει χαρακτηριστεί ως δεκαετία του εγκεφάλου),η ευχέρεια που η τεχνολογία εξασφάλισε στην εκπαιδευτική έρευνα και στην επικοινωνία των αποτελεσμάτων της, αλλά και η εκρηκτική μεγέθυνση των παγκοσμίων κοινωνικών και οικονομικών προβλημάτων, των οποίων η αντιμετώπιση απαιτεί πλέον πολύ υψηλού επιπέδου στελέχη και εργαζόμενους με δημιουργική σκέψη και φαντασία, είναι μερικοί λόγοι που επέτρεψαν ή επέβαλλαν αντίστοιχα, προσεκτικότερη και επιστημονικότερη προσέγγιση των προβλημάτων της Μαθηματικής Εκπαίδευσης, (ας μην ξεχνάμε και την περιπέτεια των «Μοντέρνων Μαθηματικών» του '60 και '70). Αυτή η παγκόσμια, αγωνιώδης θα 'λεγε κανείς, προσπάθεια της Μαθηματικής Κοινότητας για αναζήτηση απαντήσεων στα καίρια ερωτήματα που αναφέρθηκαν νωρίτερα, έχει συμπαρασύρει και την Ελληνική Μαθηματική Κοινότητα. Οι περισσότερες εισηγήσεις και εργασίες των Συνεδρίων που οργανώνονται από όλους τους φορείς (Ε.Μ.Ε., Πανεπιστημιακά Τμήματα και Τομείς Διδακτικής των Μαθηματικών, Τμήματα Δημοτικής Εκπαίδευσης κ.τ.λ.) τα τελευταία χρόνια στη χώρα μας, αντανακλούν τόσο τον προβληματισμό όσο και την αγωνία όλων μας γύρω από τα συγκεκριμένα ζητήματα. Όμως αυτός ο προβληματισμός μένει εκεί. Οποιαδήποτε συνιστώσα της Μαθηματικής μας Εκπαίδευσης αυτό μαρτυρεί και καταδείχνει. Τα Αναλυτικά μας Προγράμματα για παράδειγμα, έργο δυστυχώς κλειστών επιτροπών, δεν έχουν αποτυπώσει ούτε το παραμικρό δείγμα από το σύγχρονο προβληματισμό. Τα νέα βιβλία των Μαθηματικών το ίδιο. Αν και η συγγραφή τους στοιχίζει πολλές χιλιάδες ευρώ, το νέο που «κομίζουν» δεν είναι υπερβολή να ισχυριστεί κανείς, ότι εξαντλείται σε μια φλύαρη και αμφιλεγόμενη πολυχρωμία. Η έλλειψη ιδεών και φαντασίας, η θεοποίηση της «πεπατημένης», του εμπειρισμού και της αυτάρκειας, το γύρισμα της πλάτης στα συμπεράσματα των σύγχρονων ερευνών και των προσπαθειών εκσυγχρονισμού των Μαθηματικών στη Μέση Εκπαίδευση, από χώρες που διαθέτουν οργανωμένη Εκπαιδευτική Έρευνα, είναι στοιχεία τόσο εμφαντικά, που όχι μόνο εφησυχασμό δεν δικαιολογούν, αλλά επιβάλλουν και νομιμοποιούν πολλές επιφυλάξεις, πνεύμα αντίστασης και υπέρβασης και ανάληψη πρωτοβουλιών στην καθημερινή διδακτική πράξη. Σ' αυτά τα πλαίσια, το "φ" , έρχεται να σταθεί δίπλα στους μαχόμενους εκπαιδευτικούς –μαθηματικούς ως ένα βήμα έντιμου και ακηδεμόνευτου διαλόγου, μια πύλη ανοικτή σε νέες, σύγχρονες αντιλήψεις γύρω από τα Μαθηματικά και τη διδασκαλία τους στη Μέση Εκπαίδευση, σαν ένας φιλόξενος χώρος που επιθυμεί και στοχεύει να καλύψει πολλές ανάγκες, ανησυχίες και αναζητήσεις επιστημονικού, επιστημολογικού και διδακτικού ενδιαφέροντος. Είναι ίσως περιττό να τονίσουμε ότι η απόπειρα μας δεν ανταγωνίζεται κανένα έντυπο, κανένα βοήθημα, κανένα εγχειρίδιο. Πιστεύουμε απόλυτα πως υπάρχει ένα κενό και ότι υπάρχουν σοβαροί λόγοι για να καλυφθεί. Το τι είδους κενό εννοούμε και πως προσπαθούμε να συμβάλλουμε στην κάλυψή του θα γίνει περισσότερο κατανοητό με μια γρήγορη ματιά στις σελίδες-δείγματα που μπορείτε να δείτε παρακάτω, παρμένες από τα τεύχη του "φ". Κι αυτό ίσως κάνει περιττή κάθε περαιτέρω προσπάθεια αυτοσυστάσεων και αυτοπροσδιορισμού.............

Β.Ε.Βισκαδουράκης

Μαθηματικός, M.Ed. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών

Καθηγητής του Πειραματικού Λυκείου της Ιωνιδείου Σχολής Πειραιά.

Υπεύθυνος Έκδοσης του «φ»

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΛΗ ΤΗΝ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ

Ο ρόλος της Οικογένειας στην νοητική ανάπτυξη των παιδιών της ήταν κατά πως φαίνεται καίριας σημασίας από τότε που το ανθρώπινο είδος αυτοοργανώθηκε σ' αυτή τη στοιχειώδη – κυτταρική μορφή κοινωνικής οργάνωσης. Τα τελευταία (ίσως 30-40) χρόνια, αυτή η μέριμνα της οικογένειας έχει μάλλον ατονήσει. Μεγάλο μέρος της ευθύνης έχουν «αναλάβει» αφ' ενός οι Παιδικοί Σταθμοί (;) (λές και τα παιδιά είναι αυτοκίνητα που κάπου τα σταθμεύουμε), και αφ' ετέρου η τηλεόραση, το video το DVD κ.τ.λ.

Λίγο αργότερα έρχεται και ο φροντιστής, πολλές φορές από τις μικρές κιόλας τάξεις του Δημοτικού.

Και ο γονιός θεωρεί τις περισσότερες φορές πως έχει κάνει μ' αυτό τον τρόπο το καθήκον του. Δυστυχώς τα πράγματα δεν φαίνεται να δικαιώνουν αυτές τις «εξελίξεις».

Πολλοί παιδαγωγοί, πολλοί Ψυχολόγοι, πολλές έρευνες δείχνουν πως ο ρόλος του γονιού στην νοητική ανάπτυξη του παιδιού του, μπορεί να είναι καταλυτικής σημασίας.

Μ' αυτά κατά νου, το «φ» θεωρώντας πως κάθε συνάδελφος Μαθηματικός αλλά και κάθε άλλος φίλος του «φ» είναι κατ' αρχήν γονιός ή μάλλον γονιός, ξεκινάει κάθε τεύχος του με ένα πλούσιο υλικό, με άρθρα και προτάσεις – βοήθειας προς τους γονείς, γραμμένα από σημαντικούς παιδαγωγούς (συνήθως μεταφρασμένα) καθώς και με μια συλλογή κάθε φορά, προκλητικών προβλημάτων που απαιτούν συνήθως μόνο απλή λογική για να λυθούν, και ελάχιστες – στοιχειώδεις μαθηματικές γνώσεις κάποιες φορές.

Μια συστηματική χρήση αυτού του υλικού, από πολύ μικρές κιόλας ηλικίες είναι ικανή να φέρει θεαματικά αποτελέσματα στην ανάπτυξη νοητικών ικανοτήτων, που είναι εντελώς απαραίτητες αργότερα για την επιτυχή αντιμετώπιση των απαιτήσεων και των τυπικών Σχολικών Μαθηματικών, στα οποία συνήθως, ελάχιστα μπορεί κανείς να προχωρήσει χωρίς από τα πριν, στέρεες και καλά αναπτυγμένες δομές λογικής (ή μεταγνωστικές όπως αυτές οι δομές τα τελευταία χρόνια αποκαλούνται).

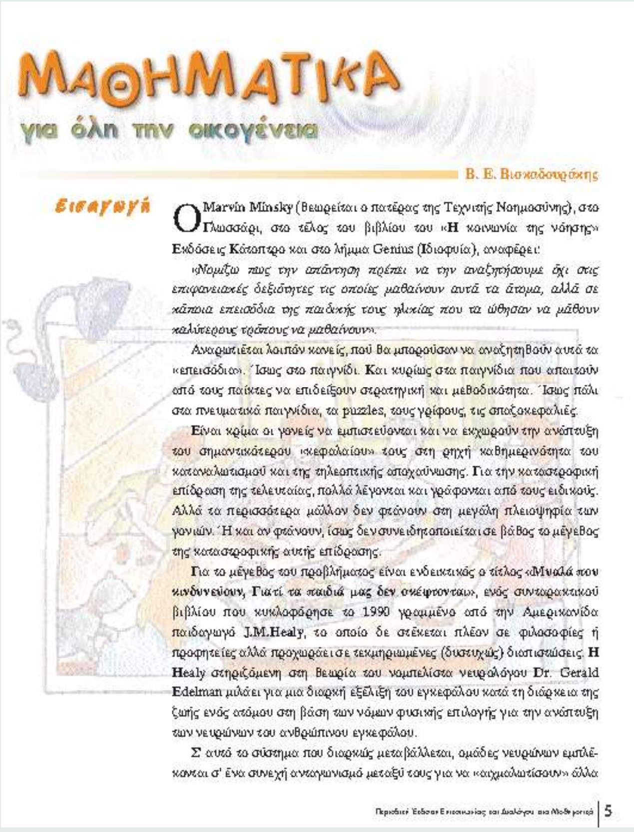
Υπάρχουν συγκεκριμένα παραδείγματα γονιών (που δεν θεωρούμε εδώ σκόπιμο να αναφέρουμε ονομαστικά), αλλά και συναδέλφων που είχαν εξαιρετικά αποτελέσματα στην πρόοδο των παιδιών και των μαθητών τους αντίστοιχα, κάνοντας χρήση αυτού του υλικού που σε κάθε τεύχος του «φ» υπάρχει.

Συγκεκριμένα: Κάντε λοιπόν την αρχή από το 1ο τεύχος του «φ» (σελ. 5-21) όπου μπορείτε να βρείτε: Μια εισαγωγή στο πνεύμα και τη φιλοσοφία της στήλης «Μαθηματικά για όλη την Οικογένεια», του Υπεύθυνου της Έκδοσης (και γράφοντα το παρόν σημείωμα), στηριγμένη στο συνταρακτικό βιβλίο της J. M. Healy με τίτλο «Μυαλά που Κινδυνεύουν» (εκδόσεις Λύχνος) που με την ευκαιρία, το συνιστούμε θερμά σε κάθε γονιό, σε κάθε δάσκαλο κάθε βαθμίδας.

Στη συνέχεια θα βρείτε μια συλλογή από 73 εξαιρετικά επιλεγμένα προβλήματα – προκλήσεις που πιστεύουμε πως θα κινήσουν το ενδιαφέρον, όχι μόνο μικρών παιδιών, αλλά και όλης της Οικογένειας.

Οι λύσεις όλων αυτών των προβλημάτων –γρίφων δημοσιεύονται στο 2ο τεύχος του «φ», όπου στη συνέχεια προτείνονται νέα προβλήματα με τις λύσεις πάλι στο 3ο τεύχος και ούτω καθεξής.

Δεν είναι λίγοι οι αναγνώστες που δηλώνουν πως και μόνο γι' αυτά τα προβλήματα, το «φ» δεν θάπρεπε να λείπει από καμιά βιβλιοθήκη, προσωπική η δημόσια. Μια γεύση απ' τα προβλήματα μπορείτε να πάρετε από τα δείγματα που παρουσιάζονται παρακάτω.



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ για όλη την οικογένεια

Β. Ε. Βισκαδουράκης

Εισαγωγή

Ο Marvin Minsky (θεωρείται ο πατέρας της Τεχνητής Νοημοσύνης), στο Γλωσσάρι, στο τέλος του βιβλίου του «Η κοινωνία της νόησης» Εκδόσεις Κάτοπτρο και στο λήμμα Genius (Ιδιοφυία), αναφέρει:

«Νομίζω πως την απάντηση πρέπει να την αναζητήσουμε όχι στις επιφανειακές δεξιότητες τις οποίες μαθαίνουν αυτά τα άτομα, αλλά σε κάποια επεισόδια της παιδικής τους ηλικίας που τα ώθησαν να μάθουν καλύτερους τρόπους να μαθαίνουν».

Αναρωτιέται λοιπόν κανείς, πού θα μπορούσαν να αναζητηθούν αυτά τα «επεισόδια». Ίσως στο παιγνίδι. Και κυρίως στα παιγνίδια που απαιτούν από τους παίκτες να επιδείξουν στρατηγική και μεθοδικότητα. Ίσως πάλι στα πνευματικά παιγνίδια, τα puzzles, τους γρίφους, τις σπαζοκεφαλιές.

Είναι κρίμα οι γονείς να εμπιστεύονται και να εκχωρούν την ανάπτυξη του σημαντικότερου «κεφαλαίου» τους στη ρηχή καθημερινότητα του καταναλωτισμού και της τηλεοπτικής αποχαύνωσης. Για την καταστροφική επίδραση της τελευταίας, πολλά λέγονται και γράφονται από τους ειδικούς. Αλλά τα περισσότερα μάλλον δεν φτάνουν στη μεγάλη πλειοψηφία των γονιών. Ή και αν φτάνουν, ίσως δεν συνειδητοποιείται σε βάθος το μέγεθος της καταστροφικής αυτής επίδρασης.

Για το μέγεθος του προβλήματος είναι ενδεικτικός ο τίτλος **«Μυαλά που κινδυνεύουν, Γιατί τα παιδιά μας δεν σκέφτονται»**, ενός συνταρακτικού βιβλίου που κυκλοφόρησε το 1990 γραμμένο από την Αμερικανίδα παιδαγωγό **J.M.Healy**, το οποίο δε στέκεται πλέον σε φιλοσοφίες ή προφητείες αλλά προχωράει σε τεκμηριωμένες (δυστυχώς) διαπιστώσεις. Η Healy στηριζόμενη στη θεωρία του νομπελίστα νευρολόγου Dr. Gerald Edelman μιλάει για μια διαρκή εξέλιξη του εγκεφάλου κατά τη διάρκεια της ζωής ενός ατόμου στη βάση των νόμων φυσικής επιλογής για την ανάπτυξη των νευρώνων του ανθρώπινου εγκεφάλου.

Σ' αυτό το σύστημα που διαρκώς μεταβάλλεται, ομάδες νευρώνων εμπλέκονται σ' ένα συνεχή ανταγωνισμό μεταξύ τους για να «αιχμαλωτίσουν» άλλα

Περιοδική Έκδοση Επικοινωνίας και Διαλόγου στα Μαθηματικά | 5

Μαθηματικά για όλη την οικογένεια

Ο γολγοθάς ενός σαλιγκαριού

3 Ένα σαλιγκάρι προσπαθεί ν' ανέβει στην κορυφή ενός δέντρου που έχει ύψος 10m.Κάθε μέρα ανεβαίνει 2m, αλλά κάθε νύχτα με την υγρασία γλιστράει προς τα κάτω κατά 1m. Σε πόσες μέρες θα φτάσει στην κορυφή του δέντρου ξεκινώντας από το έδαφος ένα πρωί;

«Πενία τέχνας κατεργάζεται»

4 Δύο φίλοι, μανιώδεις καπνιστές, χωρίς δραχμή στην τσέπη σκέφτηκαν ένα (όχι και τόσο υγιεινό) τρόπο για να ικανοποιήσουν το πάθος τους. Μάζεψαν ο καθένας 10 αποτσίγαρα (γόπες)και έφτιαξαν αυτοσχέδια τσιγάρα. Για κάθε τσιγάρο χρειαζόταν 3 γόπες. Όμως εκείνοι κάπνισαν συνολικά 9 τσιγάρα. Πώς τα κατάφεραν;

– Αχ! λέει ο «αδικημένος», μια γόπα να 'χαμε βρει ακόμα,θα κάπνιζα κι εγώ 5 τσιγάρα. Είχε δίκιο... αλλά γιατί;

Κόβοντας και Ράβοντας

5 Ένας ράφτης χρειάζεται 1 λεπτό για κάθε κοπή ενός κομματιού από ένα τόπι ύφασμα. Αν το τόπι του είναι 60m και θέλει να το κόψει σε εξήντα κομμάτια του ενός μέτρου, πόσο χρόνο θα χρειαστεί;

Αν πάλι θέλει να φτιάξει από τα κομμάτια του 1m ένα κομμάτι 7m και κάθε ραφή του παίρνει 5 λεπτά, πόση ώρα θα χρειαστεί;

Μια περίεργη σύμπτωση

6 Πόσα χρόνια έζησε ένα άτομο που γεννήθηκε στις 30 Ιούνη του 30 π.Χ.και πέθανε στις 30 Ιούνη του 30 μ.Χ;

Μια ομάδα προβλημάτων απλής λογικής και απλών υπολογισμών:

7 Μια τάξη έχει 25 μαθητές και μαθήτριες. Πόσοι τουλάχιστον έχουν γεννηθεί τον ίδιο μήνα;

8 Πόσες λέξεις πρέπει να πάρει κάποιος στην τύχη από ένα λεξικό της Ελληνικής Γλώσσας για να είναι σίγουρος ότι δύο τουλάχιστον απ' αυτές αρχίζουν με το ίδιο γράμμα;

8 | Περιοδική Έκδοση Επικοινωνίας και Διαλόγου στα Μαθηματικά

Περισσότερα (συνολικά 73 προτεινόμενα προβλήματα) στο 1ο τεύχος του "φ" (σελ. 7-31)

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ

Σε κάθε τεύχος του «φ» υπάρχουν μερικά επεξεργασμένα – λυμένα και μερικά προτεινόμενα για επεξεργασία – λύση Μαθηματικά Παιχνίδια. Δείχνουν με τον πιο πρόσφορο τρόπο πως τα Μαθηματικά βρίσκονται παντού και πως αν κάποιος ξέρει να τα χρησιμοποιεί, έχει τότε στα χέρια του ένα φοβερό κλειδί «πασπαρτού».

Από την εποχή ακόμα του Πλάτωνα, η μάθηση εθεωρείτο πως θα έπρεπε να είναι όχι αποτέλεσμα πίεσης, αλλά αντίθετα, η μαθησιακή διαδικασία θα έπρεπε να έχει χαρακτήρα παιχνιώδη και διασκεδαστικό.

«Μετά παιδιάς τε και ηδονής μανθάνειν», Πλάτωνος Νόμοι 819β, αλλά και στην «Πολιτεία» (536δ-ε) «Μη βία τους παίδας εν τοις μαθήμασιν τρέφε αλλά παίζοντας», προτρέπει τους διδάσκοντες ο Πλάτων.

Για το θέμα αυτό δείτε τη «Συζήτηση με τον Στέλιο Νεγρεπόντη» στο 1ο τεύχος του «φ» (σελ. 103), αλλά και τη «Συζήτηση με τον Μιχάλη Λάμπρου» στο 4ο τεύχος, (σελ. 186).

Η ίδια άποψη θα δείτε να εκφράζεται και σε Συζητήσεις με διακεκριμένους Μαθηματικούς του Εξωτερικού στο 2ο και 3ο τεύχος του «φ». Συγκεκριμένα στη Συζήτηση του «φ» με τον καθηγητή του Cambridge John D. Barrow στο 2ο τεύχος (σελ. 217) αλλά και στη Συζήτηση με τον Μάγο των Μαθηματικών του Παν/μίου του Stanford Persi Diaconis (σελ. 196).

Τέλος και στη Συζήτηση του Καθηγητή του Παν/μίου Harvard, Barry Mazur με τον δημοσιογράφο Peter Pesic, η παιγνιώδης εξοικείωση του Barry Mazur με τους αριθμούς που ο πατέρας Mazur φρόντισε να αποχτήσει ο γυιός του από πολύ τρυφερή ηλικία, φαίνεται πως ήταν η σπίθα που άναψε στο νου του Barry Mazur τη φλόγα της αγάπης προς τους αριθμούς, της αγάπης προς τα Μαθηματικά.

Με τις σκέψεις αυτές, σας προτείνουμε να εντάξετε (όπως πολλοί γονείς και συνάδελφοι έχουν κάνει μέχρι τώρα), στη διδακτική σας πράξη (είτε με τα φυσικά σας παιδιά – όσοι τα αμέλησαν έχουν μετανιώσει), είτε με τους μαθητές σας, τα «Μαθηματικά Παιχνίδια που θα βρείτε:

Στο 1ο τεύχος του «φ» (σελ. 177-182), 4 Μαθ/κά Παιχνίδια λυμένα και 4 προτεινόμενα για λύση.

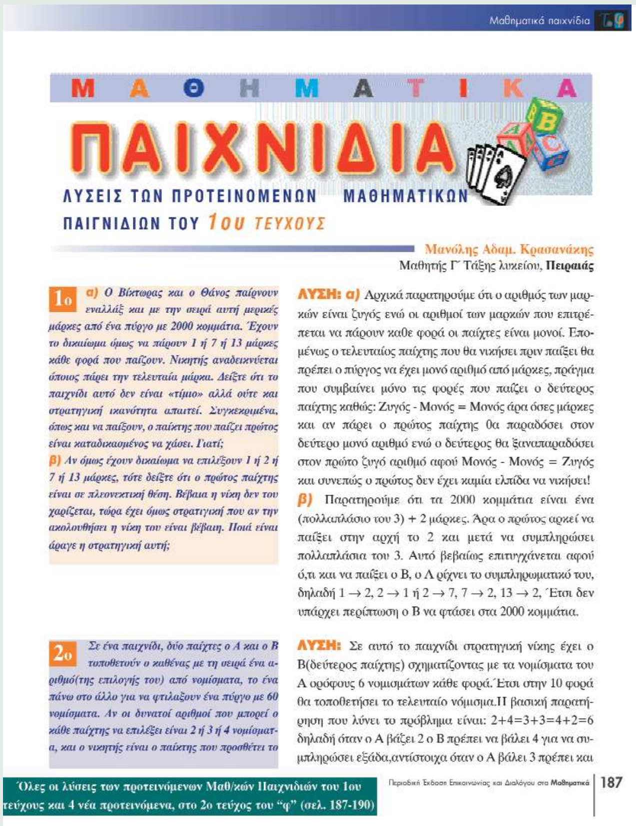
Στο 2ο τεύχος του «φ» (σελ. 187-190), τα 3 προτεινόμενα από το 1ο τεύχος λυμένα, και άλλα 4 προτεινόμενα για λύση.

Στο 3ο τεύχος του «φ» (σελ. 136-137) 2 λυμένα από το 2ο τεύχος και 3 προτεινόμενα για λύση.

Στο 4ο τεύχος (σελ. 191-193), 2 λυμένα και 6 προτεινόμενα για λύση.

Αλλά και στα επόμενα τεύχη του «φ»

Β.Ε.Βισκαδουράκης *Υπεύθυνος Έκδοσης του «φ»*



ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΑΙΧΝΙΔΙΑ

ΛΥΣΕΙΣ ΤΩΝ ΠΡΟΤΕΙΝΟΜΕΝΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΠΑΙΓΝΙΔΙΩΝ ΤΟΥ 1ου ΤΕΥΧΟΥΣ

Μανόλης Αδαμ. Κρασανάκης
Μαθητής Γ΄ Τάξης λυκείου, **Πειραιάς**

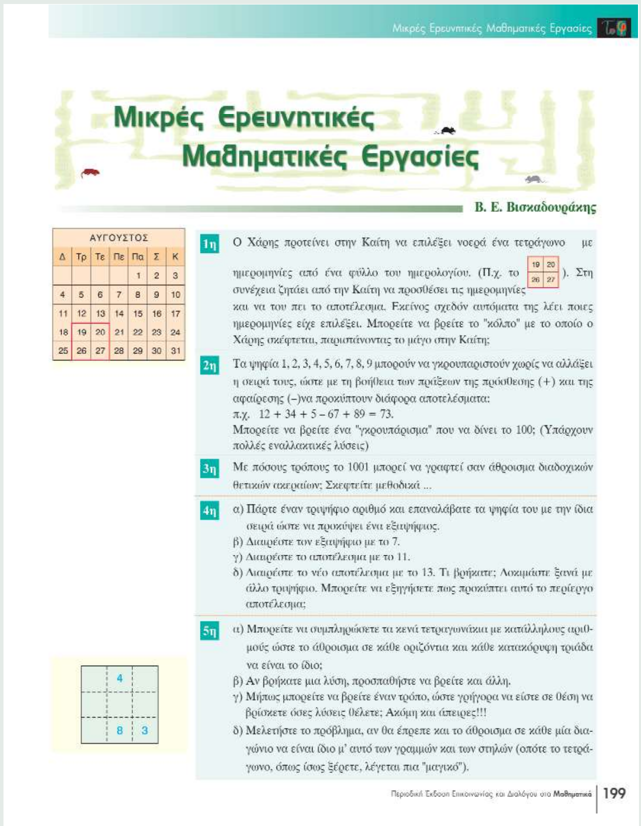
1ο *α) Ο Βίκτωρας και ο Θάνος παίρνουν εναλλάξ και με την σειρά αυτή μερικές μάρκες από ένα πύργο με 2000 κομμάτια. Έχουν το δικαίωμα όμως να πάρουν 1 ή 7 ή 13 μάρκες κάθε φορά που παίζουν. Νικητής αναδεικνύεται όποιος πάρει την τελευταία μάρκα. Δείξτε ότι το παιχνίδι αυτό δεν είναι «τίμιο» αλλά ούτε και στρατηγική ικανότητα απαιτεί. Συγκεκριμένα, όπως και να παίξουν, ο παίκτης που παίζει πρώτος είναι καταδικασμένος να χάσει. Γιατί;*
β) Αν όμως έχουν δικαίωμα να επιλέξουν 1 ή 2 ή 7 ή 13 μάρκες, τότε δείξτε ότι ο πρώτος παίχτης είναι σε πλεονεκτική θέση. Βέβαια η νίκη δεν του χαρίζεται, τώρα έχει όμως στρατιγική που αν την ακολουθήσει η νίκη του είναι βέβαιη. Ποιά είναι άραγε η στρατηγική αυτή;

ΛΥΣΗ: α) Αρχικά παρατηρούμε ότι ο αριθμός των μαρκών είναι ζυγός ενώ οι αριθμοί των μαρκών που επιτρέπεται να πάρουν καθε φορά οι παίχτες είναι μονοί. Επομένως ο τελευταίος παίχτης που θα νικήσει πριν παίξει θα πρέπει ο πύργος να έχει μονό αριθμό από μάρκες, πράγμα που συμβαίνει μόνο τις φορές που παίζει ο δεύτερος παίχτης καθώς: Ζυγός - Μονός = Μονός άρα όσες μάρκες και αν πάρει ο πρώτος παίχτης θα παραδόσει στον δεύτερο μονό αριθμό ενώ ο δεύτερος θα ξαναπαραδόσει στον πρώτο ζυγό αριθμό αφού Μονός - Μονός = Ζυγός και συνεπώς ο πρώτος δεν έχει καμία ελπίδα να νικήσει!
β) Παρατηρούμε ότι τα 2000 κομμάτια είναι ένα (πολλαπλάσιο του 3) + 2 μάρκες. Άρα ο πρώτος αρκεί να παίξει στην αρχή το 2 και μετά να συμπληρώσει πολλαπλάσια του 3. Αυτό βεβαίως επιτυγχάνεται αφού ό,τι και να παίξει ο Β, ο Λ ρίχνει το συμπληρωματικό του, δηλαδή $1 \rightarrow 2$, $2 \rightarrow 1$ ή $2 \rightarrow 7$, $7 \rightarrow 2$, $13 \rightarrow 2$, ΄Ετσι δεν υπάρχει περίπτωση ο Β να φτάσει στα 2000 κομμάτια.

2ο *Σε ένα παιχνίδι, δύο παίχτες ο Α και ο Β τοποθετούν ο καθένας με τη σειρά ένα αριθμό(της επιλογής του) από νομίσματα, το ένα πάνω στο άλλο για να φτιάξουν ένα πύργο με 60 νομίσματα. Αν οι δυνατοί αριθμοί που μπορεί ο κάθε παίχτης να επιλέξει είναι 2 ή 3 ή 4 νομίσματα, και ο νικητής είναι ο παίκτης που προσθέτει το*

ΛΥΣΗ: Σε αυτό το παιχνίδι στρατηγική νίκης έχει ο Β(δεύτερος παίχτης) σχηματίζοντας με τα νομίσματα του Α ορόφους 6 νομισμάτων κάθε φορά.΄Ετσι στην 10 φορά θα τοποθετήσει το τελευταίο νόμισμα.Η βασική παρατήρηση που λύνει το πρόβλημα είναι: 2+4=3+3=4+2=6 δηλαδή όταν ο Α βάζει 2 ο Β πρέπει να βάλει 4 για να συμπληρώσει εξάδα,αντίστοιχα όταν ο Α βάλει 3 πρέπει και

Όλες οι λύσεις των προτεινόμενων Μαθ/κών Παιχνιδιών του 1ου τεύχους και 4 νέα προτεινόμενα, στο 2ο τεύχος του "φ" (σελ. 187-190)



Μικρές Ερευνητικές Μαθηματικές Εργασίες

Β. Ε. Βισκαδουράκης

ΑΥΓΟΥΣΤΟΣ						
Δ	Τρ	Τε	Πε	Πα	Σ	Κ
				1	2	3
4	5	6	7	8	9	10
11	12	13	14	15	16	17
18	19	20	21	22	23	24
25	26	27	28	29	30	31

1η Ο Χάρης προτείνει στην Καίτη να επιλέξει νοερά ένα τετράγωνο με ημερομηνίες από ένα φύλλο του ημερολογίου. (Π.χ. το $\begin{array}{|c|c|}\hline 19 & 20 \\ \hline 26 & 27 \\ \hline\end{array}$). Στη συνέχεια ζητάει από την Καίτη να προσθέσει τις ημερομηνίες και να του πει το αποτέλεσμα. Εκείνος σχεδόν αυτόματα της λέει ποιες ημερομηνίες είχε επιλέξει. Μπορείτε να βρείτε το "κόλπο" με το οποίο ο Χάρης σκέφτεται, παριστάνοντας το μάγο στην Καίτη;

2η Τα ψηφία 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 μπορούν να γκρουπαριστούν χωρίς να αλλάξει η σειρά τους, ώστε με τη βοήθεια των πράξεων της πρόσθεσης (+) και της αφαίρεσης (–)να προκύπτουν διάφορα αποτελέσματα:
π.χ. $12 + 34 + 5 - 67 + 89 = 73$.
Μπορείτε να βρείτε ένα "γκρουπάρισμα" που να δίνει το 100; (Υπάρχουν πολλές εναλλακτικές λύσεις)

3η Με πόσους τρόπους το 1001 μπορεί να γραφτεί σαν άθροισμα διαδοχικών θετικών ακεραίων; Σκεφτείτε μεθοδικά ...

4η α) Πάρτε έναν τριψήφιο αριθμό και επαναλάβατε τα ψηφία του με την ίδια σειρά ώστε να προκύψει ένα εξαψήφιος.
β) Διαιρέστε τον εξαψήφιο με το 7.
γ) Διαιρέστε το αποτέλεσμα με το 11.
δ) Διαιρέστε το νέο αποτέλεσμα με το 13. Τι βρήκατε; Δοκιμάστε ξανά με άλλο τριψήφιο. Μπορείτε να εξηγήσετε πως προκύπτει αυτό το περίεργο αποτέλεσμα;

	4	
	8	3

5η α) Μπορείτε να συμπληρώσετε τα κενά τετραγωνίδια με κατάλληλους αριθμούς ώστε το άθροισμα σε κάθε οριζόντια και κάθε κατακόρυφη τριάδα να είναι το ίδιο;
β) Αν βρήκατε μια λύση, προσπαθήστε να βρείτε και άλλη.
γ) Μήπως μπορείτε να βρείτε έναν τρόπο, ώστε γρήγορα να είστε σε θέση να βρίσκετε όσες λύσεις θέλετε; Ακόμη και άπειρες!!!
δ) Μελετήστε το πρόβλημα, αν θα έπρεπε και το άθροισμα σε κάθε μία διαγώνιο να είναι ίδιο μ' αυτό των γραμμών και των στηλών (οπότε το τετράγωνο, όπως ίσως ξέρετε, λέγεται πια "μαγικό").

ΟΙ ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΕΙΣ – ΣΥΖΗΤΗΣΕΙΣ ΤΟΥ «Φ» ΜΕ ΔΙΑΚΕΚΡΙΜΕΝΟΥΣ ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΑΚΟΥΣ ΑΠΟ ΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ ΚΑΙ ΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ

Στο 1ο τεύχος του «φ» (σελ. 97) μπορείτε να διαβάσετε την Συζήτηση με τον Στέλιο Νεγρεπόντη, Καθηγητή του Μαθηματικού Τμήματος του Παν/μίου Αθηνών. Σε μια «εκ βαθέων εξομολόγηση», όπως ο ίδιος χαρακτήρισε αυτή τη συζήτηση, ο Στέλιος Νεγρεπόντης αναπτύσσει απόψεις και φωτίζει πράγματα και πλευρές της Μαθηματικής μας Εκπαίδευσης, που όσο περισσότεροι εμπλεκόμενοι μ' αυτήν, από τους διδάσκοντες, μέχρι τους «Ταγούς» που παίρνουν αποφάσεις, τις κατανοήσουν, τόσο το καλύτερο για τις νέες γενιές των Ελλήνων μαθητών αρχικά και της χώρας μας στη συνέχεια.

Στο 2ο τεύχος του «φ» δημοσιεύονται δύο Συνεντεύξεις – Συζητήσεις με δύο από τα Μεγαλύτερα Ονόματα στο Διεθνές Στερέωμα των Μαθηματικών και της Κοσμολογίας. Τον Persi Diaconis, Καθηγητή στα Πανεπιστήμια Stanford και Harvard των ΗΠΑ και τον John D. Barrow, Καθηγητή στο Πανεπιστήμιο Cambridge της Μεγ. Βρετανίας. Τους δύο Καθηγητές, οι υπεύθυνος έκδοσης του «φ» και γράφων το παρών σημείωμα, είχε την εξαιρετική τύχη να συναντήσει στο Διεθνές Συνέδριο «Μαθηματικά και Αφήγηση» που διοργανώθηκε τον Ιούλη του 2005 από τον Απόστολο Δοξιάδη και την Ομάδα «Θαλής + Φίλοι» στην Μύκονο και με χορηγία του φημισμένου Μαθηματικού Ινστιτούτου M.S.R.I. ("Mathenatical Sciense Research Institute") του Πανεπιστημίου του Berkeley.

Οι συνεντεύξεις καθώς ήταν ζωντανές διάρκειας περίπου μιάμισης ώρας η κάθε μία, έδωσαν την ευκαιρία στον Persi Diaconis και τον John Barrow να πουν εξαιρετικά ενδιαφέροντα πράγματα για τα Μαθηματικά και τη Μαθ/κή Εκπαίδευση στις χώρες τους, ξεπερνώντας κατά πολύ τις προσδοκίες που οι σύντομες (λόγω χρόνου) ερωτήσεις του γράφοντος κατά κάποιο τρόπο προσδιόριζαν.

Στη Συζήτηση με τον Καθηγητή John Barrow σημαντική ήταν η βοήθεια αλλά και οι παρεμβάσεις του Καθηγητή του Ε.Μ.Π. της Σχολής Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικών Υπολογιστών, Στάθη Ζάχου.

Στο 3ο τεύχος του «φ» ο Αμερικανός δημοσιογράφος (φυσικός και μουσικός) Peter Pesic για λογαριασμό του Περιοδικού Daedalus της Αμερικάνικης Ακαδημίας Τεχνών και Επιστημών συζητάει με τον Καθηγητή του Πανεπιστημίου Harvard, Barry Mazur, έναν από τους εν ζωή θρύλους των Μαθηματικών, κατά πολλούς τον μεγαλύτερο Αριθμοθεωρητικό του 20ου αιώνα. Η Συζήτηση αυτή μεταφρασμένη στη Γλώσσα μας με άδεια του Barry Mazur, αποτελεί έναν ύμνο για τα Μαθηματικά, τη Φαντασία και την ομορφιά των Αριθμών. Είναι ένα κείμενο που καθένας, ανεξάρτητα από τη σχέση του με τα Μαθηματικά θα απολαύσει διαβάζοντας το, και σίγουρα με εξαιρετικό όφελος αν είναι δάσκαλος των Μαθηματικών. Στο τελευταίο, για τον Έλληνα δάσκαλο, συμβάλλουν ίσως επιπρόσθετα και οι απαντήσεις του Barry Mazur σε ερωτήσεις του «φ», που ο γράφων είχε την τύχη να του υποβάλλει στην Πάρο τον Ιούλη του 2006.

Στο 4ο τεύχος του «φ» μπορείτε να διαβάσετε τρεις συνεντεύξεις.

Στις δύο με θέμα την Διεπιστημονικότητα (και Ελληνιστί... Διαθεματικότητα) οι διακεκριμμένοι Αμερικάνοι Καθηγητές, Louis Gross από το University of Tennessee at Kovxville και Paul Davis από το Πολυτεχνικό Ινστιτούτο του Worcester, παραθέτουν τη γνώμη τους και την εμπειρία τους πάνω στο ενδιαφέρον αυτό θέμα. Δύσκολα μπορεί κανείς να βρει τόσο ουσιαστικές τοποθετήσεις και τεκμηριωμένες απόψεις σχετικά με την Διαθεματικότητα.

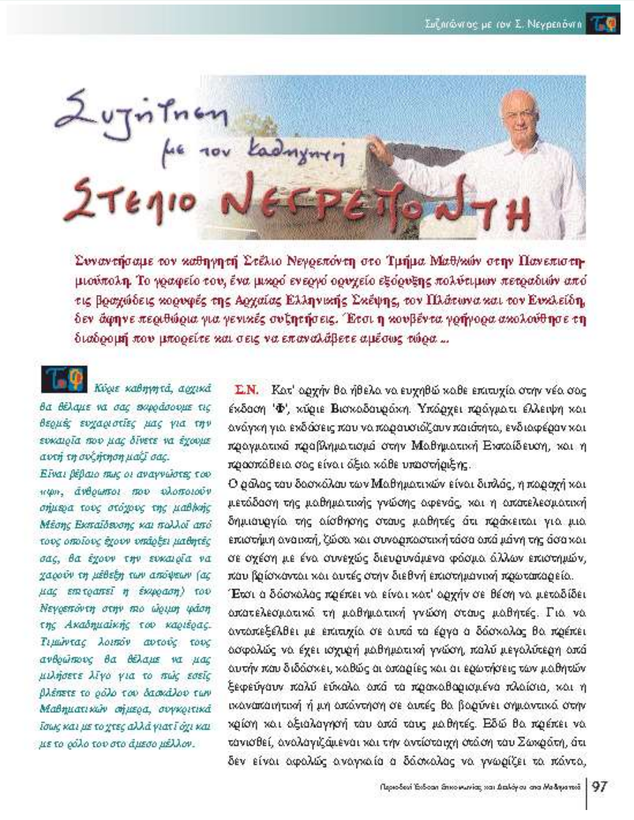
Η τρίτη Συνέντευξη – συζήτηση είναι μεταξύ του «φ» και του πολύ γνωστού στο Πανελλήνιο Καθηγητή Μαθηματικών στο Μαθηματικό Τμήμα του Πανεπιστημίου Κρήτης, Μιχάλη Λάμπρου. Στη συζήτηση αυτή ο Μιχάλης Λάμπρου μιλάει με το γνωστό ουσιαστικό, σαφή και τεκμηριωμένο τρόπο που χαρακτηρίζει το λόγο του τώρα και δεκαετίες, για τα Μαθηματικά, τους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς και τη Μαθηματική Εκπαίδευση.

Στο 5ο τεύχος του «φ» φιλοξενείται μια μακροσκελής – πολυσέλιδη Συζήτηση – Συνέντευξη με έναν από τους πιο διάσημους νέους Μαθηματικούς στον Ευρωπαϊκό χώρο. Τον Καθηγητή (από τα 32 του) του Πολυτεχνείου του Βερολίνου και Πρόεδρο της Γερμανικής Μαθηματικής Εταιρείας (M.D.V.), αλλά και Συμπρόεδρο της Βερολινέζικης Μαθηματικής Σχολής (Berlin Mathematical School), κύριο Gunter M. Ziegler.

Το 2008 είχε οριστεί επίσημα από την Γερμανική Κυβέρνηση ως Έτος Μαθηματικών και Πρόεδρος της Επιτροπής αυτής της Διοργάνωσης ήταν ο Καθηγητής Gunter Ziegler. Με βάση το γεγονός αυτό το «φ» και με την ουσιαστική συνδρομή του συμπατριώτη μας Κυρίου Αντώνη Κουρσοβίτη, κατάφερε να εξασφαλίσει την προαναφερθείσα Συνέντευξη με τον Καθηγητή Ziegler, ο οποίος ζωντανά με πολύ άμεσο και γλαφυρό ύφος απάντησε στις ερωτήσεις του «φ».

Στο 6ο τεύχος φιλοξενείται (μεταφρασμένη) μια Συνέντευξη – Συζήτηση του εκδότη του περιοδικού HPM-Newsletter, Chris Weeks με την Καθηγήτρια του Πανεπιστημίου της Νάντης της Γαλλίας, Evelyne Barbin, Προέδρου επίσης του HPM για την τετραετία 2008-2012. Στη Συζήτηση αυτή φωτίζεται το εξαιρετικής σημασίας θέμα της αξιοποίησης της Ιστορίας των Μαθηματικών για την Διδασκαλία τους. Γίνεται μια ιστορική αναδρομή σε σχέση με το θέμα αυτό στη Γαλλία, για το ρόλο των IREM και για την εξάπλωση του πνεύματος και του μοντέλου αξιοποίησης της Ιστορίας των Μαθηματικών που ανέπτυξαν τα IREM, εκτός των συνόρων της Γαλλίας.

Επίσης το «φ» θέλοντας να συνεισφέρει στο μέτρο των δυνάμεών του στο γιορτασμό του έτους 2009 ως «Διεθνούς Έτους Αστρονομίας» εκτός του υπόλοιπου υλικού πάνω στο θέμα αυτό που δημοσιεύει, εξασφάλισε και μια σύντομη αλλά εξαιρετικά ουσιαστική συνέντευξη – συζήτηση με τον Πρόεδρο της Ελληνικής Επιτροπής Γιορτασμού και Πρόεδρο του Ινστιτούτου Αστρονομίας και Αστροφυσικής του Εθνικού Αστεροσκοπείου Αθηνών, Καθηγητή Χρήστου Γούδη.


Συζητώντας με τον Σ. Νεγρεπόντη

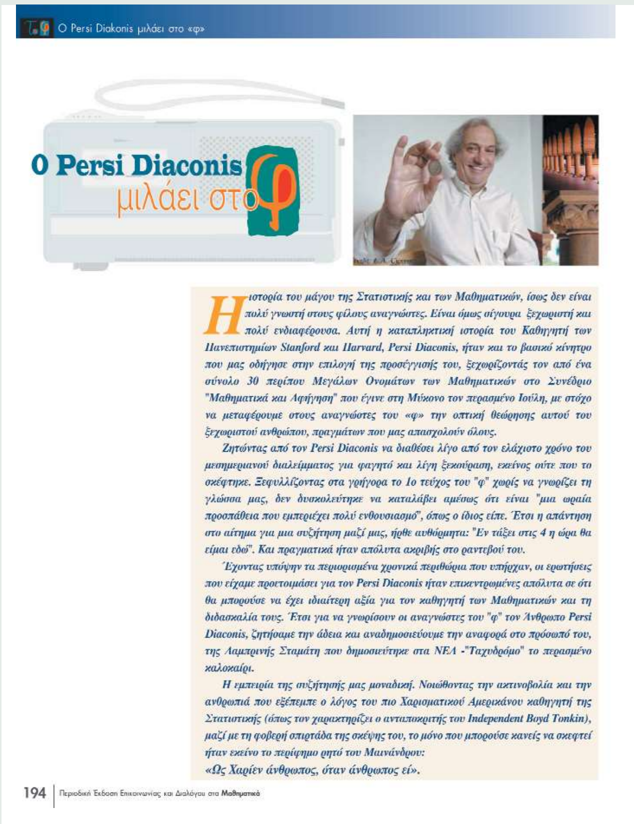
Συζήτηση με τον Καθηγητή Στέλιο Νεγρεπόντη

Συναντήσαμε τον καθηγητή Στέλιο Νεγρεπόντη στο Τμήμα Μαθ/κών στην Πανεπιστημιούπολη. Το γραφείο του, ένα μικρό ενεργό ορυχείο εξόρυξης πολύτιμων πετραδιών από τις βραχώδεις κορυφές της Αρχαίας Ελληνικής Σκέψης, τον Πλάτωνα και τον Ευκλείδη, δεν άφηνε περιθώρια για γενικές συζητήσεις. Έτσι η κουβέντα γρήγορα ακολούθησε τη διαδρομή που μπορείτε και σεις να επαναλάβετε αμέσως τώρα ...

Κύριε καθηγητά, αρχικά θα θέλαμε να σας εκφράσουμε τις θερμές ευχαριστίες μας για την ευκαιρία που μας δίνετε να έχουμε αυτή τη συζήτηση μαζί σας.
Είναι βέβαιο πως οι αναγνώστες του «φ», άνθρωποι που υλοποιούν σήμερα τους στόχους της μαθησης Μέσης Εκπαίδευσης και πολλοί από τους οποίους έχουν υπάρξει μαθητές σας, θα έχουν την ευκαιρία να χαρούν τη μέθεξη των απόψεων (ας μας επιτραπεί η έκφραση) του Νεγρεπόντη στην πιο ώριμη φάση της Ακαδημαϊκής του καριέρας. Τιμώντας λοιπόν αυτούς τους ανθρώπους θα θέλαμε να μας μιλήσετε λίγο για το πώς εσείς βλέπετε το ρόλο του δασκάλου των Μαθηματικών σήμερα, συγκριτικά ίσως και με το χτες αλλά γιατί όχι και με το ρόλο του στο άμεσο μέλλον.

Σ.Ν. Κατ' αρχήν θα ήθελα να ευχηθώ κάθε επιτυχία στην νέα σας έκδοση 'Φ', κύριε Βισκοδουράκη. Υπάρχει πράγματι έλλειψη και ανάγκη για εκδόσεις που να παρουσιάζουν ποιότητα, ενδιαφέρον και πραγματικό προβληματισμό στην Μαθηματική Εκπαίδευση, και η προσπάθεια σας είναι άξια κάθε υποστήριξης.
Ο ρόλος του δασκάλου των Μαθηματικών είναι διπλός, η παροχή και μετάδοση της μαθηματικής γνώσης αφενός, και η αποτελεσματική δημιουργία της αίσθησης στους μαθητές ότι πρόκειται για μια επιστήμη ανοιχτή, ζώσα και συναρπαστική τόσο από μόνη της όσο και σε σχέση με ένα συνεχώς διευρυνόμενο φάσμα άλλων επιστημών, που βρίσκονται και αυτές στην διεθνή επιστημονική πρωτοπορεία.
Έτσι ο δάσκαλος πρέπει να είναι κατ' αρχήν σε θέση να μεταδίδει αποτελεσματικά τη μαθηματική γνώση στους μαθητές. Για να αντεπεξέλθει με επιτυχία σε αυτά τα έργα ο δάσκαλος θα πρέπει ασφαλώς να έχει ισχυρή μαθηματική γνώση, πολύ μεγαλύτερη από αυτήν που διδάσκει, καθώς οι απορίες και οι ερωτήσεις των μαθητών ξεφεύγουν πολύ εύκολα από τα προκαθορισμένα πλαίσια, και η ικανοποιητική ή μη απάντηση σε αυτές θα βαρύνει σημαντικά στην κρίση και αξιολόγησή του από τους μαθητές. Εδώ θα πρέπει να τονισθεί, αναλογιζόμενοι και την αντίστοιχη στάση του Σωκράτη, ότι δεν είναι ασφαλώς αναγκαίο ο δάσκαλος να γνωρίζει τα πάντα,

Περιοδική Έκδοση Επικοινωνίας και Διαλόγου στα Μαθηματικά | 97


O Persi Diaconis μιλάει στο «φ»

O Persi Diaconis μιλάει στο φ

Η ιστορία του μάγου της Στατιστικής και των Μαθηματικών, ίσως δεν είναι πολύ γνωστή στους φίλους αναγνώστες. Είναι όμως σίγουρα ξεχωριστή και πολύ ενδιαφέρουσα. Αυτή η καταπληκτική ιστορία του Καθηγητή των Πανεπιστημίων Stanford και Harvard, Persi Diaconis, ήταν και το βασικό κίνητρο που μας οδήγησε στην επιλογή της προσέγγισής του, ξεχωρίζοντάς τον από ένα σύνολο 30 περίπου Μεγάλων Ονομάτων των Μαθηματικών στο Συνέδριο "Μαθηματικά και Αφήγηση" που έγινε στη Μύκονο τον περασμένο Ιούλη, με στόχο να μεταφέρουμε στους αναγνώστες του «φ» την οπτική θεώρησης αυτού του ξεχωριστού ανθρώπου, πραγμάτων που μας απασχολούν όλους.

Ζητώντας από τον Persi Diaconis να διαθέσει λίγο από τον ελάχιστο χρόνο του μεσημεριανού διαλείμματος για φαγητό και λίγη ξεκούραση, εκείνος ούτε που το σκέφτηκε. Ξεφυλλίζοντας στα γρήγορα το 1ο τεύχος του "φ" χωρίς να γνωρίζει τη γλώσσα μας, δεν δυσκολεύτηκε να καταλάβει αμέσως ότι είναι "μια ωραία προσπάθεια που εμπεριέχει πολύ ενθουσιασμό", όπως ο ίδιος είπε. Έτσι η απάντηση στο αίτημα για μια συζήτηση μαζί μας, ήρθε αυθόρμητα: "Εν τάξει στις 4 η ώρα θα είμαι εδώ". Και πραγματικά ήταν απόλυτα ακριβής στο ραντεβού του.

Έχοντας υπόψην τα περιορισμένα χρονικά περιθώρια που υπήρχαν, οι ερωτήσεις που είχαμε προετοιμάσει για τον Persi Diaconis ήταν επικεντρωμένες απόλυτα σε ότι θα μπορούσε να έχει ιδιαίτερη αξία για τον καθηγητή των Μαθηματικών και τη διδασκαλία τους. Έτσι για να γνωρίσουν οι αναγνώστες του "φ" τον Άνθρωπο Persi Diaconis, ζητήσαμε την άδεια και αναδημοσιεύουμε την αναφορά στο πρόσωπό του, της Λαμπρινής Σταμάτη που δημοσιεύτηκε στα ΝΕΑ -"Ταχυδρόμο" το περασμένο καλοκαίρι.

Η εμπειρία της συζήτησής μας μοναδική. Νοιώθοντας την ακτινοβολία και την ανθρωπιά που εξέπεμπε ο λόγος του πιο Χαρισματικού Αμερικάνου καθηγητή της Στατιστικής (όπως τον χαρακτηρίζει ο ανταποκριτής του Independent Boyd Tonkin), μαζί με τη φοβερή σπιρτάδα της σκέψης του, το μόνο που μπορούσε κανείς να σκεφτεί ήταν εκείνο το περίφημο ρητό του Μαινάνδρου:
«Ως Χαρίεν άνθρωπος, όταν άνθρωπος εί».

194 | Περιοδική Έκδοση Επικοινωνίας και Διαλόγου στα Μαθηματικά

O John D. Barrow μιλάει στο φ

Ο Καθηγητής John D. Barrow μιλώντας στο Συνέδριο Μαθηματικά και Αφήγηση (ΜΥΚΟΝΟΣ 12 -15 Ιουλίου 2005) (Φωτογραφία: Αλέξανδρος Μιστριώτης)

Σύντομο Βιογραφικό Σημείωμα

Ο Καθηγητής John D. Barrow γεννήθηκε στο Λονδίνο το 1952. Πήρε το πτυχίο του στα Μαθηματικά από το Πανεπιστήμιο Durham το 1974 και το διδακτορικό του στην Αστροφυσική από το Πανεπιστήμιο της Οξφόρδης το 1977. Δίδαξε στην Οξφόρδη και στο Πανεπιστήμιο Berkeley της Καλιφόρνιας μέχρι που πήρε θέση στο Αστρονομικό Κέντρο του Πανεπιστημίου Sussex το 1981. Στο Sussex ήταν καθηγητής Αστρονομίας και Διευθυντής του Αστρονομικού κέντρου μέχρι το 1999. Το 1999 πήρε το βραβείο Locker στην Αστρονομία και το Μετάλλιο Kelvin της Βασιλικής Φιλοσοφικής Εταιρείας της Γλασκόβης, καθώς και τον τίτλο του επίτιμου Διδάκτορα από το Πανεπιστήμιο Hertfordshire. Ήταν μέλος - ερευνητής του Συμβουλίου Μοριακής Φυσικής και Αστρονομίας του Ηνωμένου Βασιλείου κατά την πενταετία 1994-9. Το 2003 ο καθηγητής John Barrow εκλέχτηκε μέλος της Βασιλικής Εταιρείας.

Από το 1999 επίσης είναι καθηγητής Μαθηματικών Επιστημών στο Cambridge και Επικεφαλής του Millennium Mathematics Project. Είναι επίσης μέλος και αντιπρόεδρος του Clare Hall.

Ο καθηγητής John D. Barrow έχει γράψει και δημοσιεύσει πάνω από 370 επιστημονικά άρθρα στην Κοσμολογία και την Αστροφυσική καθώς και 17 βιβλία που έχουν μεταφραστεί σε 28 γλώσσες, με τελευταίο το «The Infinite Book». Έχει γράψει επίσης ένα θεατρικό έργο, το «Infinities» το οποίο έχει ανέβει δύο φορές στο θέατρο της Σκάλας του Μιλάνου την άνοιξη του 2002 και του 2003 υπό τη διεύθυνση του Luca Ronconi, καθώς και στο φεστιβάλ της Βαλέντσια της Ισπανίας.

Το έργο αυτό του καθηγητή Barrow πήρε το πρώτο βραβείο ως το καλύτερο έργο του 2002 (Italian Premi Ubu award), καθώς και το Μετάλλειο Italgous για τη συνεισφορά του στην Ιταλική Επιστημονική Κουλτούρα (2003). Ο καθηγητής John D. Barrow είναι συχνός ομιλητής σε διαλέξεις που απευθύνονται σε κάθε επιπέδου κοινό σε πάρα πολλές χώρες.

Συναντήσαμε τον καθηγητή John D. Barrow στο Συνέδριο "Mathematics and Narrative" στη Μύκονο (12-13-14-15 Ιούλη). Έχοντας ήδη από πριν υπόψη μας το πλούσιο Βιογραφικό του καθηγητή Barrow και την εξαιρετικά πλούσια γκάμα των ενδιαφερόντων του, πράγμα που θα μπορούσε να κάνει τη συζήτησή μας πολύωρη και ακόμα πιο ενδιαφέρουσα, εν τούτοις ο χρόνος που είχαμε στη διάθεσή μας ήταν πολύ περιορισμένος και έτσι η συζήτηση εντοπίστηκε κυρίως σε ένα θέμα που νομίζουμε ότι έχει ιδαίτερη σημασία για τον Έλληνα συνέδελφο - αναγνώστη που βλέπει με ευαισθησία (και ανησυχία) τα περί της Μαθηματικής μας Εκπαίδευσης.

Ο καθηγητής John Barrow είναι επικεφαλής ενός εξαιρετικά εμπνευσμένου και μακρόπνοου προγράμματος, του "Millennium Mathematics Project". Ακριβώς γι' αυτό το πρόγραμμα ζητήσαμε από τον καθηγητή Barrow να μας μιλήσει.

Η συζήτηση όμως, συνεπικουρούντος και του καθηγητή του Ε.Μ.Π. κυρίου Στάθη Ζάχου, επεκτάθηκε αρκετά, καλύπτοντας ένα χρονικό διάστημα περίπου 45-50 λεπτών και σταμάτησε μόνο γιατί ο ομιλητής της απογευματινής συνεδρίασης καθηγητής Robert Osserman είχε ανέβει ήδη στο βήμα.

φ *Καθηγητά Barrow, Ξέρουμε πως είστε ο επικεφαλής του "Millennium Mathematics Project". Μιλήστε μας λίγο για το πρόγραμμα αυτό, τους ανθρώπους του, τους στόχους και το κόστος του αν είναι δυνατόν.*

J.B. Κατ' αρχήν θα ήθελα να σας ευχαριστήσω για την ευκαιρία που μου δίνετε να απευθυνθώ στην Ελληνική Μαθηματική Κοινότητα μέσα από τις στήλες του περιοδικού σας ενημερώνοντας την για μια σημαντική πλευρά της δουλειάς μου στο Cambridge.

Το "Millennium Mathematics Project" (M.M.P) είναι μια μακροπρόθεσμη εθνική πρωτοβουλία η οποία ξεκίνησε τον Ιούλιο του 1999 από το Cambridge αλλά έχει απλωθεί από τότε τόσο στο Ηνωμένο Βασίλειο όσο και Διεθνώς. Σχεδιαστές και υπεύθυνοι του προγράμματος είναι 7 πανεπιστημιακοί καθηγητές από το Cambridge αλλά στο πρόγραμμα απασχολούνται και πάρα πολλοί άλλοι άνθρωποι, καθηγητές από τη Μέση Εκπαίδευση, Μεταπτυχιακοί φοιτητές, ειδικοί επιστήμονες από την Πληροφορική, άνθρωποι για γραμματειακή υποστήριξη κ.τ.λ.

UNIVERSITY OF CAMBRIDGE

Millennium Mathematics Project

Το κόστος του προγράμματος μέχρι τώρα πρέπει να έχει ανέλθει γύρω στα 6-7 εκατομμύρια λίρες. Το M.M.P. βασικά ξεκίνησε με στόχο να δώσει μια άλλη διάσταση στη Μαθηματική Εκπαίδευση εν όψει της νέας χιλιετίας. Γιατί σίγουρα οι απαιτήσεις για σύγχρονη και περισσότερη μαθηματική παιδεία θα αυξάνονται στο μέλλον με πολύ

Περισσότερα στο 2ο τεύχος του "φ" (σελ. 215-222)

Διάλογος μεταξύ
Barry Mazur και Peter Pesic
Για τα μαθηματικά, τη φαντασία και την ομορφιά των αριθμών

Μετάφραση *(από το περιοδικό Daedalus της Αμερικάνικης Ακαδημίας Τεχνών και Επιστημών):*
Βαρβάρα Λέρη, μαθηματικός M.Ed.Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών

PETER PESIC *Πολλοί νοήμονες άνθρωποι βλέπουν στα μαθηματικά μόνο μια έρημο πληκτικού φορμαλισμού, μια αχανή έκταση θεωρημάτων και αποδείξεων που εκφράζονται μέσω μιας πολύ αφηρημένης γλώσσας. Αναμφισβήτητα αυτό εν μέρει οφείλεται στο τρόπο που αυτά διδάσκονται, αλλά ένας τέτοιος τρόπος διδασκαλίας είναι σχεδόν καθολικός, ο καρπός καλών προθέσεων και αρκετής προσπάθειας. Το χάσμα μεταξύ του εσωτερικού, του ζωντανού χώρου των μαθηματικών και της πλειοψηφίας των νοημόνων ανθρώπων, είναι πολύ βαθύ, παρόλο τον διαισθητικό χαρακτήρα των μαθηματικών που περιγράψατε τόσο πετυχημένα στο πρόσφατο βιβλίο σας, "Imagining Numbers": Αυτό εγείρει μια δύσκολη ερώτηση: Πώς- εάν τελικά- μπορεί αυτός ο ζωντανός κόσμος των μαθηματικών να γίνει προσιτός;*

BARRY MAZUR Δεν μπορώ να απαντήσω σε αυτήν την ερώτηση, αλλά μπορώ να τη σχολιάσω. Τα πρώτα βήματα ενός ανθρώπου στην μαθηματική του ανάπτυξη είναι εξαιρετικά σημαντικά. Η αρχική εκπαίδευση αξίζει τις προσπάθειες και την εφευρετικότητα μας. Αλλά επίσης εδώ, δίνεται ένα μήνυμα σε οποιοδήποτε ενήλικα, ο οποίος δεν έχει ασχοληθεί ποτέ με τα μαθηματικά ή την επιστήμη κατά τη διάρκεια των μαθητικών του χρόνων ή μετά: Ίσως να είσαι έτοιμος για να αρχίσεις! Το ξεκίνημα μπορεί να είναι διανοητικά συγκινητικό και είναι αρκετές κλασικές δουλειές που έχουν γραφτεί με το σωστό ύφος για να σε συντροφεύουν να ξεκινήσεις στα πρώτα σου βήματα στα μαθηματικά. Μου έρχονται στο μυαλό για παράδειγμα, οι παλιές σειρές T.C.Mits ή του Tobias Dantizg το υπέροχο Number: The Language of Science ή του Lancelot Hogben's Mathematics for the Millions. Επιπλέον, κάποιος δεν πρέπει να τρομοκρατηθεί με το ότι είναι πολλά βήματα-δεν χρειάζεται να τα ακολουθήσει όλα. Απλά να απολαμβάνει κάθε ένα που παίρνει.

Ο Bill Thurston, ένας εξαιρετικός γεωμέτρης, χρησιμοποιεί τη λέξη "ψηλό"[tall] για να περιγράψει τα μαθηματικά: Τα μαθηματικά είναι ένα ψηλό αντικείμενο με την έννοια που οι ουρανοξύστες είναι ψηλοί. Δηλαδή, ένα κομμάτι των μαθηματικών βρίσκεται πάνω από ένα προηγούμενο κομμάτι των μαθηματικών και ταυτόχρονα βρίσκεται κάτω από το επόμενο κομμάτι των μαθηματικών κ.τ.λ.. Για να φτάσεις στον πεντηκοστό όροφο πρέπει να διασχίσεις τους προηγούμενους σαράντα-εννέα και με τη σωστή σειρά. Μου αρέσει αυτή η εικόνα, αλλά ίσως να ήθελα να επιμείνω στο ότι είναι περισσότερο ένα Gaudi-esque οικοδόμημα με μια ποιο ευρεία επιλογή διαφορετικών σκαλωσιών που συναντιούνται και διασταυρώνονται έτσι ώστε εάν δε σε διευκολύνει μια διαδρομή- εάν οι άνοδοι είναι ψηλές ή όχι αρκετά ψηλές- υπάρχουν άλλες περισσότερο εξυπηρετικές σκαλωσιές. Και ακόμη ,η θέα και από τον πρώτο όροφο, είναι ένα θαύμα.

Συζήτηση

με τον Καθηγητή του Τεχνολογικού Πανεπιστημίου του Βερολίνου (T.U.-Berlin) και Πρόεδρο της Γερμανικής Μαθηματικής Εταιρείας (M.D.V.)

Günter M. Ziegler

[Σ.τ.Ε] *Αφορμή για να επιδιώξει το "φ" να έχετε στη διάθεση σας, Φίλοι αναγνώστες, την παρακάτω συζήτηση με τον διακεκριμένο Καθηγητή και Πρόεδρο της Γερμανικής Μαθηματικής Εταιρείας (M.D.V) ,κύριο **Gunter M. Ziegler**, είναι το γεγονός ότι το έτος που διανύουμε, το **2008**, έχει ονομαστεί **"Έτος των Μαθηματικών"** στη Γερμανία.*

*Την πληροφορία αυτή είχε θέσει υπόψη μας από το προηγούμενο καλοκαίρι (το 2007) η Καθηγήτρια του Μαθηματικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Κρήτης, κυρία **Σουζάνα Παπαδοπούλου**, η οποία είχε συνεργαστεί με τον Καθηγητή Gunter M. Ziegler το 1994 και το 2000 στη διοργάνωση Συνεδρίου στα πλαίσια της σειράς **"Ευρωσυνέδρια Μαθηματικών στην Κρήτη"** στα Ανώγεια της Κρήτης.*

Έτσι, από τη θέση αυτή, εκφράζουμε τις ευχαριστίες μας προς την κυρία Παπαδοπούλου που έγινε αιτία να έχουμε τη σπάνια ευκαιρία να συζητήσουμε θέματα που αφορούν κυρίως στη Μαθηματική Εκπαίδευση, με έναν άνθρωπο τόσο νέο, τόσο σύγχρονο και με τόσο σημαντική παρουσία στο χώρο της Διεθνούς Μαθηματικής Έρευνας, όπως ο Καθηγητής Gunter M. Ziegler.

*Η συζήτηση αυτή, διάρκειας μιάμισης ώρας ,στάθηκε δυνατόν να πραγματοποιηθεί στις 6 Αυγούστου στο γραφείο του Καθηγητή Gunter M. Ziegler μόνο χάρη στην κατανόηση και τη σπάνια καλοσύνη τόσο του ίδιου του Καθηγητή ,όσο και του κυρίου **Αντώνη Κουρσοβίτη**, (Λέκτορα στο Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο του Βερολίνου),τον οποίο ο γράφων είχε την εξαιρετική τύχη να γνωρίσει λίγο καιρό πριν στο Βερολίνο. Ο κύριος Αντώνης Κουρσοβίτης, πραγματικά χωρίς καμία δεύτερη σκέψη, δέχτηκε το αίτημα του "φ", μελέτησε τις ερωτήσεις μας ,έκλεισε τη συνάντηση με τον Καθηγητή Ziegler, μετέφρασε τις απαντήσεις, τις κατέγραψε (τις μισές γραπτά ,τις υπόλοιπες ψηφιακά) και μας έστειλε σχεδόν έτοιμο αυτό το εξαιρετικό υλικό που είναι βέβαιο ότι έρχεται να προσφέρει πολύ θετικές υπηρεσίες στον προβληματισμό όλων μας γύρω από τα Μαθηματικά και τη Μαθηματική μας Εκπαίδευση. Όλος αυτός ο κόπος καταμεσίς του καλοκαιριού, χωρίς κανένα όφελος, χωρίς καμιά προσδοκία(αφού ο Επιστημονικός Τομέας του Αντώνη Κουρσοβίτη είναι τα Οικονομικά),μόνο σαν απόδειξη ανιδιοτέλειας και πηγαίας διάθεσης για προσφορά μπορεί να εκληφθεί. Φίλε Αντώνη, για άλλη μια φορά, θερμές ευχαριστίες.*

Ας απολαύσουμε όμως τώρα τη συζήτηση με τον Καθηγητή Gunter M. Ziegler.

Κύριε Καθηγητά, την περίοδο αυτή, από την επικοινωνία μας γνωρίζουμε πως ο χρόνος σας είναι ασφυχτικά περιορισμένος. Γι'αυτό επιτρέψτε μας να περάσουμε αμέσως στο θέμα που τόση ενέργεια και τόσο πολύ από τον χρόνο σας έχει απορροφήσει φέτος. Μιλήστε μας λοιπόν για το ***"2008 - Έτος Μαθηματικών στη Γερμανία"****.*

Και πιο συγκεκριμένα, ποιο είναι το σκεπτικό σας, τι θέλετε να επιτύχετε, ποιοι είναι οι αποδέκτες στους οποίους απευθύνεστε μέσα από αυτή την τεράστια κινητοποίηση του Μαθηματικού Δυναμικού της χώρας σας;

Έχετε πάρει υπόψη σας εμπειρίες άλλων χωρών από παρόμοιες διοργανώσεις;

Ποιος είναι ο ρόλος και ποια η συμβολή των καθηγητών Μαθηματικών της Μέσης Εκπαίδευσης της Γερμανίας, στην ετήσια Μαθηματική Γιορτή που πραγματοποιείτε;

Günter Ziegler Εδώ και χρόνια, από το 2000, διοργανώνονται στη Γερμανία τα "επιστημονικά έτη". Το έτος 2000 ήταν το "έτος της Φυσικής" και κάθε φορά με κάποιο διαφορετικό θέμα. Το έτος 2005 ήταν το "έτος του Einstein", το 2006 "το έτος της Πληροφορικής", το 2007 "το έτος των Κοινωνικών Επιστημών" και το έτος 2008 "το έτος των Μαθηματικών". Το έτος των Μαθηματικών διοργανώθηκε, γιατί ήταν κάτι που το θέλαμε εμείς, διαφορετικά με το τι συνέβαινε τα τελευταία χρόνια. Εμείς, οι Μαθηματικοί της Γερμανίας, είπαμε ότι θέλουμε να διοργανώσουμε το "το έτος των Μαθηματικών". Με τη συμμετοχή της Γερμανικής Ένωσης Μαθηματικών, της Εταιρείας Εφαρμοσμένων Μαθηματικών και Μηχανικής, της Εταιρείας της Διδακτικής των Μαθηματικών, του M.N.U., που είναι ο Σύλλογος για τη διδασκαλία των μαθηματικών και των φυσικών επιστημών, συζητήσαμε το σχέδιό μας (concept), για να υποβάλλουμε την αίτηση για το "έτος Μαθηματικών". Όσον αφορά το concept, θα πρέπει να καταλάβουμε πως έχει μεγάλη σημασία το ότι εμείς είπαμε "ναι", θέλουμε να διοργανώσουμε το "έτος Μαθηματικών", και μαζί με το Ίδρυμα της Telecom, που έδωσε πολλά χρήματα για το "έτος Μαθηματικών" απευθυνθήκαμε στο υπεύθυνο Υπουργείο, που είναι το Υπουργείο Έρευνας και Εκπαίδευσης, του οποίου Υπουργός είναι η Κυρία Dr. Schavan.


Ο καθηγητής **G. Ziegler** παραλαμβάνει το βραβείο Leibniz το 2006

Το "έτος Μαθηματικών" διοργανώθηκε, λοιπόν, από 4 φορείς:Το Υπουργείο, το ίδρυμα της Telecom και ο τέταρτος φορέας είναι "Η επιστήμη στο διάλογο". Πρόκειται για μια Agentus, που αντιπροσωπεύει όλες τις μεγάλες ερευνητικές οργανώσεις της Γερμανίας. Οι αποδέκτες μας αυτό το χρόνο, στο "έτος Μαθηματικών" είναι δύο: πρώτον, απευθυνόμαστε στο κοινό, και ο στόχος μας δεν ήταν φυσικά να προσεγγίσουμε μόνο αυτό το μέρος του κοινού που έτσι κι αλλιώς δείχνει ενδιαφέρον -ακούγεται συχνά ότι τα "επιστημονικά έτη" απευθύνονται μόνο σ' αυτούς που ενδιαφέρονται, στους "βαπτισμένους" όπως λέγεται- αλλά και στο ευρύτερο κοινό που δεν περιμένει κανείς. Οι άλλοι αποδέκτες είναι το σχολείο. Είπαμε ότι για να μπορέσουμε να πετύχουμε κάτι σ' αυτό το μάθημα, θα πρέπει να προσεγγίσουμε το σχολείο. Αυτό σημαίνει, τους δασκάλους*, τους γονείς και τους μαθητές**. Θα πρέπει σ' αυτό το χώρο να κάνουμε κάτι. Δεν ξέρω φυσικά πως είναι η κατάσταση στην Ελλάδα, στη Γερμανία, πάντως, υπάρχει ένας φοβερός φαύλος κύκλος. Αρχίζοντας από το κοινό, όπου τα Μαθηματικά είχαν ένα σχετικά άσχημο image και στο σχολείο σαν μάθημα τρόμου, που σημαίνει πως οι άνθρωποι συνδέουν με τα μαθηματικά μαθηματικούς τύπους γραμμένους με κιμωλία στον πίνακα, το θεώρημα του Πυθαγόρα και κάτι ακόμη που είχε σχέση με το π και αυτό ήταν όλο. Ίσως, ακόμη, τον τύπο των ριζών της εξίσωσης δευτέρου βαθμού, και αυτή είναι πραγματικά μια πολύ περιορισμένη και μη ελκυστική εικόνα που δεν ανταποκρίνεται σ' αυτό που τα Μαθηματικά είναι και ούτε μπορεί να εξηγήσει πόσο ενδιαφέροντα μπορεί να

* *Οι εκπαιδευτικοί στην Πρωτοβάθμια και Δευτεροβάθμια εκπαίδευση λέγονται στη Γερμανία Δάσκαλοι. Στο υπόλοιπο κείμενο χρησιμοποιούν με αυτόν τον όρο.*

** *Στη συνέντευξη χρησιμοποιούνται οι όροι μαθητές και μαθήτριες, παρακάτω μόνο μαθητές.*

Συζήτηση με τον καθηγητή του Μαθηματικού Τμήματος του Πανεπιστημίου Κρήτης

Μιχάλη Λάμπρου

Για τα μαθηματικά, τους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς και τη Μαθηματική Εκπαίδευση

[Σ.τ.Ε.] Φέτος, στις 30 Μαρτίου 2007, διενεργήθηκε για πρώτη φορά στην χώρα μας ο διεθνώς γνωστός Μαθηματικός Διαγωνισμός "Καγκουρό". Επιστημονικοί υπεύθυνοι της διοργάνωσης αυτής, εμπνευστές και συντονιστές της είναι ο Καθηγητής του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Κρήτης Μιχάλης Λάμπρου και ο Καθηγητής στο Πειραματικό Γυμνάσιο Ηρακλείου Νίκος Σπανουδάκης.

Ο Μιχάλης Λάμπρου είναι ίσως από τους ελάχιστους Πανεπιστημιακούς στη χώρα μας που έχει ασχοληθεί σοβαρά και αποτελεσματικά με τους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς. Τη διετία 1996, 1997 εργάστηκε στην Επιτροπή Διαγωνισμών της Ε.Μ.Ε., ήταν Αρχηγός των Ολυμπιακών μας ομάδων στις Διεθνείς Διοργανώσεις και προπονητής τους. Και η περίοδος αυτή ήταν ίσως η περίοδος με τις σημαντικότερες επιτυχίες της χώρας μας στον στίβο των Μαθηματικών Διαγωνισμών. Αλλά, όπως το θέλει ο μύθος, σε αυτόν τον τόπο παραμονεύει ο Κρόνος που έχει την συνήθεια να τρωει τα παιδιά του. Γιατί, από ότι φαίνεται, μόνο έτσι θα μπορούσε να ερμηνευτεί το γεγονός ότι κάποιοι ανέκοψαν την προσφορά των υπηρεσιών του για μεγαλύτερο διάστημα, ιδίως το διάστημα 1998, 1999 που αναδείχθηκε πρωταθλητής ως λύτης προβλημάτων ολυμπιακού επιπέδου στο διεθνώς γνωστό μαθηματικό περιοδικό CRUX MATHEMATICORUM.

Ο Μιχάλης Λάμπρου, εκτός από τα βασικά του ερευνητικά ενδιαφέροντα στην Συναρτησιακή Ανάλυση, ασχολείται ενεργά με την Ιστορία των Μαθηματικών, με την εκλαϊκευση των Μαθηματικών και με την πρόκληση του ενδιαφέροντος των νέων παιδιών γύρω από τα Μαθηματικά. Έχει επίσης γράψει το βιβλίο των Μαθηματικών της Α΄Λυκείου των Πολυκλαδικών Λυκείων, το οποίο ήταν το εγκεκριμένο σχολικό εγχειρίδιο κατά τα τέλη της δεκαετίας του 80.

Έτσι, έχοντας σε γενικές γραμμές υπόψη μας αυτή την ευρεία γκάμα ενδιαφερόντων του Καθηγητή και την αναφορά μας στον Διαγωνισμό "Καγκουρό" δρέψαμε την ευκαιρία να συζητήσουμε γενικότερα για τα Μαθηματικά και την Μαθηματική Εκπαίδευση στον τόπο μας. Αυτή ακριβώς την συνέντευξη σας παρουσιάζουμε αμέσως μετά.

Κύριε Καθηγητά, πριν μας μιλήσετε για τον Διαγωνισμό "Καγκουρό", πείτε μας γιατί να υπάρχει και άλλος ένας διαγωνισμός. Στο τέλος-τέλος, γιατί να υπάρχουν Μαθηματικοί διαγωνισμοί; Σημειώνω ότι αρκετοί συνάδελφοι στην Μέση αλλά και στην Ανωτάτη Εκπαίδευση αμφισβητούν ευθέως την αναγκαιότητα και την χρησιμότητα διεξαγωγής Μαθηματικών Διαγωνισμών. Εσείς τι έχετε να πείτε γύρω από αυτό το θέμα; Ποια είναι η δική σας εμπειρία έχοντας ζήσει από κοντά τους Διαγωνισμούς και τους διαγωνιζόμενους τόσο σε εθνικό όσο και διεθνές επίπεδο;

Μ. ΛΑΜΠΡΟΥ Διεθνώς υπάρχουν πολλών ειδών μαθηματικοί διαγωνισμοί, με ποικιλία στόχων και με διαφορετική μεθοδολογία. Στην πατρίδα μας έχει καθιερωθεί (μόνο) ο συνηθέστερος τύπος τέτοιων διαγωνισμών, που τον διενεργεί η ΕΜΕ. Πρόκειται για

έναν δοκιμασμένο και καταξιωμένο τύπο άμιλλας ο οποίος προσφέρεται, ιδίως στην τελευταία του φάση, για επίλεκτους μαθητές. Συγκεκριμένα, για μαθητές οι οποίοι είναι ιδιαίτερα ταλαντούχοι στα μαθηματικά, έχουν για την ηλικία τους βαθιές γνώσεις μαθηματικών και οι οποίοι μπορούν να λειτουργούν υπό πίεση. Αν δει κανείς τα θέματα των Διεθνών Μαθηματικών Ολυμπιάδων (ΔΜΟ), θα αναγνωρίσει ότι τα περισσότερα προβλήματα είναι δυσπρόσιτα στον μέσο μαθηματικό, όχι όμως για τους μαθητές για τους οποίους συζητώ. Άλλωστε πολλοί κάτοχοι χρυσών μεταλλίων σε τέτοιους διαγωνισμούς, ιδίως σε διεθνές επίπεδο, έχουν στην μετέπειτα ζωή τους εξελιχθεί σε επιστήμονες της πρώτης κατηγορίας, κατόχους βραβείου Νόμπελ (όπως οι Feynman, Weinberg, Gellman) ή μεταλλίου Fields (όπως οι Faltings, Matijasevich, Margulis, Drinfel, Yoccoz, Borcherds, Gowers, Tao και άλλοι). Αυτοί ακριβώς είναι και οι λόγοι που πολλοί συνάδελφοι επικρίνουν τους μαθηματικούς διαγωνισμούς αυτού του τύπου. Είναι, ισχυρίζονται, διαγωνισμοί που δεν αντανακλούν τις πραγματικές αρετές που απαιτούνται από τον ερευνητή μαθηματικό, η σωστή προετοιμασία είναι ιδιαίτερα επίπονη, ο ανταγωνισμός πολύ σκληρός και απευθύνονται σε μία μικρή ελίτ: Τους λίγους εκείνους, δηλαδή, στους οποίους αναφέρεται ο Πλάτων στους Νόμους όταν λέει "*Ταύτα δε (τα μαθηματικά και η αστρονομία) ουχ, ως ακριβείας εχόμενα, δει διαπονείν τους πολλούς αλλά τινάς ολίγους*". Αντιθέτως, ισχυρίζονται, ότι ο ερευνητής δεν πρέπει κατ' ανάγκη να λειτουργεί υπό πίεση αλλά είναι εποικοδομητικότερο να σκέπτεται υπό νηφάλιες συνθήκες στο σπίτι του. Τέτοιο παράδειγμα φέρεται να ήταν ο Hilbert. Χαρακτηριστικά του ερευνητή είναι η επιμονή, η φαντασία, η δύναμη αυτοσυγκέντρωσης, η επινοητικότητα, η διάθεση για αναζήτηση και άλλα παρεμφερή, ταλέντα τα οποία δεν ανιχνεύονται από τους διαγωνισμούς τύπου ΔΜΟ.

Ο μαθηματικός διαγωνισμός "Καγκουρό" είναι τελείως διαφορετικός και γεφυρώνει το χάσμα. Η φιλοσοφία του βασίζεται στην αρχή ότι τα μαθηματικά, επειδή καλλιεργούν την σκέψη και φέρνουν πνευματική ικανοποίηση, είναι μία κουλτούρα η οποία πρέπει να παρέχεται σε όλους. Ο στόχος του διαγωνισμού είναι να παρουσιαστούν τα μαθηματικά ως ένα ευχάριστο πνευματικό παιχνίδι και να διευκολύνουν τον Δάσκαλο να ελκύσει το ενδιαφέρον των μαθητών του. Η οπτική αυτή θυμίζει αυτό που λεει ο Πλάτων, πάλι στους Νόμους, ότι "*μανθάνειν δειν τους ελεύθερους όσος πάμπολυς εν Αιγύπτω παίδων όχλος άμα γράμμασι μανθάνει [...] λογισμούς [...] μετά παιδιάς και ηδονής*".

Ο διαγωνισμός απευθύνεται σε μαθητές από Γ' Δημοτικού μέχρι Γ' Λυκείου. Τα θέματα του διαγωνισμού δεν απαιτούν ειδικές γνώσεις μαθηματικών, αποφεύγεται η στείρα ασκησιολογία και η αποστήθιση και δεν απευθύνονται μόνο σε εκείνους οι οποίοι έχουν ιδιαίτερη κλίση στον κλάδο. Ο κοινός νους, η καθαρή σκέψη και η αγάπη για τα μαθηματικά είναι αρκετά εφόδια για να τα αντιμετωπίσει κανείς. Ο καλύτερος οδηγός για το ύφος και το επίπεδο των θεμάτων είναι να δει κανείς το δείγμα που επισυνάπτεται παρακάτω. Ακόμη καλύτερα, να ανατρέξει στην ιστοσελίδα του διαγωνισμού (www.kangaroo.gr) όπου υπάρχουν τα πλήρη θέματα του Μαρτίου 2007.

Πιστεύετε ότι η "επαγγελματική" (συγχωρέστε μου τον όρο) ενασχόληση με τους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς (όπως κάνουν, ας πούμε, στην Ρουμανία) τόσο των μαθητών όσο και των καθηγητών τους μπορεί να έχει ακόμα και αρνητικές συνέπειες; Και αν ναι, σε ποια επίπεδα μπορούν αυτές να εντοπισθούν;

Μ. ΛΑΜΠΡΟΥ Ναί βεβαίως και θα έχει αρνητικές επιπτώσεις. Το σχολείο δεν πρέπει να προσδώσει μόνο γνώσεις αλλά και Παιδεία, να εφαρμόζει δηλαδή το "ουκ επί τέχνη αλλ' επί παιδεία" των Σοφιστών. Ήδη από την αρχαιότητα οι Ίωνες είχαν αντιληφθεί το πλεονέκτημα της ευρείας παιδείας και αποκαλούσαν "αισχρή" την έλλειψη γενικής μόρφωσης σε σημείο να επικρίνουν τους Λακεδαιμονίους για την αντίθετη πρακτική. Το αναφέρει ο Πρωταγόρας στο "*Δισσοί Λόγοι*" του όταν γράφει "*και τοις μέν Λακεδαιμονίος τως παισί μη μανθάνειν μουσικήν και γράμματα καλόν. Ίωσι δ' αισχρόν μη επίστασθαι πάντα ταύτα*". Πιστεύω ακράδαντα ότι ο σύγχρονος πολίτης οφείλει να έχει γνώσεις σε ένα ευρύ φάσμα. Είμαι ευτυχής που στο Πανεπιστήμιο Κρήτης ενθαρρύνουμε τους φοιτητές μας να παίρνουν, μέχρι έναν βαθμό, μαθήματα από άλλα Τμήματα, φιλολογικά, φιλοσοφικά, παιδαγωγικά ή ότι άλλο επιθυμούν.

Τα τελευταία χρόνια παρατηρείται μια εκρηκτική ανάπτυξη και διάδοση των Μαθηματικών Διαγωνισμών σε ολόκληρο τον κόσμο. Τοπικοί, Πόλεων, Ηπείρων,

Περισσότερα στο 4ο τεύχος του "φ" (σελ. 183-187)

Μια συνέντευξη της Evelyne Barbin στον Chris Weeks

Μετάφραση(*): Βαρβάρα Λέρη

Με την άδεια της Evelyne Barbin και του Chris Weeks

[Σ.τ.Ε] Η Γαλλία είναι μοναδική στο να έχει ερευνητικά ιδρύματα πάνω στη μαθηματική εκπαίδευση, τα οποία οικονομικά στηρίζονται σε κρατικές επιχορηγήσεις, έτσι ώστε οι καθηγητές των σχολείων και των πανεπιστημίων να μπορούν να εργαστούν από κοινού πάνω σε θέματα Μαθηματικών και Παιδαγωγικής. Η Evelyne Barbin μας εξηγεί πώς συμβαίνει αυτό, πώς η Ιστορία των Μαθηματικών απόκτησε εξαιρετικό ενδιαφέρον και πώς οι Γάλλοι συνάδελφοι ενεπλάκησαν στο HPM.

Chris Weeks *Πως προέκυψαν αρχικά οι IREM ομάδες μελέτης;*

Evelyne Barbin Οι IREM ομάδες μελέτης/ ερευνητικές ομάδες (Institutes of Research into Mathematics Education) δημιουργήθηκαν στα τέλη της δεκαετίας του 1960 και στις αρχές της δεκαετίας του 1970 μετά από τη μεταρρύθμιση των Μοντέρνων Μαθηματικών στη Γαλλία. Τα IREM ήταν πανεπιστημιακά ιδρύματα συνδεόμενα με τα τμήματα μαθηματικών. Είχαν τέσσερις στόχους: παιδαγωγική έρευνα, in- service education για καθηγητές μαθηματικών, συμβολή στην αρχική κατάρτιση των εκπαιδευτικών και παραγωγή δημοσιευμένου υλικού. Τα μέλη των IREM είναι καθηγητές πανεπιστημίου και καθηγητές δευτεροβάθμιας εκπαίδευσης από κολέγια και λύκεια οι οποίοι συνεχίζουν να διδάσκουν στα αντίστοιχα ιδρύματα. Αυτό που χαρακτηρίζει τα IREM είναι ο κοινός στόχος έρευνας και εκπαίδευσης. Αυτά τα ιδρύματα έχουν μία πρωτότυπη δομή και είναι μοναδικά στη Γαλλία. Δεν υπάρχουν άλλα τέτοιου είδους ιδρύματα παρ΄ όλο τις εκκλήσεις για αυτά σε άλλους επιστημονικούς κλάδους, όπως στη φιλοσοφία, στη φυσική και στη γεωγραφία. Το έργο των διάφορων IREM έχει συνταχθεί από κοινού από τις εθνικές "Inter-IREM Επιτροπές". Αυτές αποτελούνται από εκπροσώπους των περιφεριακών IREM που συνεδριάζουν τακτικά στο Παρίσι. Το τυπικό και δογματικό ύφος της μεταρρύθμισης των Μοντέρνων Μαθηματικών, όπως υιοθετήθηκε στη Γαλλία, σύντομα αποτέλεσε λόγο ανησυχίας, ειδικά για τις IREM ομάδες. Η έρευνα στην ιστορία των Μαθηματικών από τις IREM ομάδες συνέβαλε σε ένα αντιμετταρυθμιστικό κίνημα. Το γεγονός ήταν ότι οι υπέρμαχοι της μεταρρύθμισης των Μοντέρνων Μαθηματικών ήθελαν να διδάξουν μια ενιαία αντίληψη των μαθηματικών όπου τα μαθηματικά θα θεωρούνταν ως 'μία γλώσσα'. Ενάντια σε αυτό, οι ερευνητές της ιστορίας των μαθηματικών, οι οποίοι μετά πήραν μέρος στις IREM ομάδες, ήταν περισσότερο

Διεπιστημονικότητα
(και Ελληνιστί Διαθεματικότητα)

[Σ.τ.Ε.] Τα τελευταία χρόνια στη χώρα μας γίνεται πολύς λόγος για τη Διαθεματική προσέγγιση - διδασκαλία των Μαθηματικών. Η συζήτηση αυτή φαίνεται πως έγινε προσπάθεια να υλοποιηθεί και στα νέα βιβλία των Μαθηματικών που από φέτος διδάσκονται πλέον στο Γυμνάσιο. Υπάρχουν όμως ήδη κριτικές και επιφυλάξεις γύρω απ' αυτή την υλοποίηση. Και μάλλον δεν είναι αδικαιολόγητες. Οι αντιφάσεις που έχουν εντοπιστεί δείχνουν τουλάχιστον πως το θέμα της Διαθεματικότητας έχει ελλιπώς αφομοιωθεί όχι μόνο από τις συγγραφικές ομάδες των βιβλίων, αλλά μάλλον και από αυτούς τους ίδιους τους "εμπνευστές" της. Τα εισαγωγικά εδώ με την έννοια ότι η συζήτηση πάνω στο θέμα της Διεπιστημονικότητας έχει ξεκινήσει τουλάχιστον μία δεκαετία πριν σε άλλες χώρες και κυρίως στις Ηνωμένες Πολιτείες.Το "φ" θέλοντας να συμβάλλει στον προβληματισμό γύρω από το θέμα αυτό, έστω και τώρα που πλέον θα πρέπει να "τρέξει" στην καθημερινή διδακτική πράξη, αναζήτησε και βρήκε πραγματικούς εμπνευστές της Διεπιστημονικής διδασκαλίας των Μαθηματικών, και με την άδειά τους μεταφέρει τις σκέψεις και τις απόψεις τους κοντά στον κάθε μαχόμενο δάσκαλο των Μαθηματικών (όλων των βαθμίδων). Το σκεπτικό είναι ότι ακόμα και με αυτά τα βιβλία, με τις αντιφάσεις τους, τα κενά και τις παρανοήσεις τους, ο προβληματισμένος και καλά ενημερωμένος διδάσκων, μπορεί να υπερβεί αυτές τις αδυναμίες και να οδηγήσει τα πράγματα προς τη σωστή κατεύθυνση. Οι συνεντεύξεις που ακολουθούν παρακάτω είναι από δύο διακεκριμένους καθηγητές στις Η.Π.Α. και αναφέρονται στη Διεπιστημονική προσέγγιση των Μαθηματικών στην Ανώτατη Εκπαίδευση. Όμως οι βασικές ιδέες που αναπτύσσουν και που αποτελούν τον πυρήνα της Διεπιστημονικότητας, θεωρούμε πως έχουν την ίδια σημασία και την ίδια αξία για κάθε Εκπαιδευτική Βαθμίδα.
Με τις σκέψεις αυτές σας παρουσιάζουμε αμέσως τώρα τις δύο συνεντεύξεις:

Υιοθετώντας ένα Διεπιστημονικό Παράδειγμα / μοντέλο

Μια συνέντευξη με τον καθηγητή **Lou Gross** (University of Tennessee)

Μετάφραση(*): Όλγα Βισκαδουράκη και Β.Ε.Βισκαδουράκης
(*) Με την άδεια του καθηγητή Lou Gross.

ΕΡΩΤΗΣΗ *Με βάση την πολύχρονη εμπειρία σας στο project Διεπιστημονικής Ποσοτικής Ανάπτυξης Προγραμμάτων Σπουδών, ποιες θεωρείτε ως κύριες ευκαιρίες και πρώτες προκλήσεις για το διδακτικό προσωπικό των Μαθηματικών και της Βιολογίας τόσο στο Πρόγραμμα Σπουδών όσο και στην Παιδαγωγική;*

LOU GROSS Κατ' αρχάς βλέπουμε τη μετατόπιση του εκπαιδευτικού παραδείγματος / μοντέλου από γνήσια θεματικό σε Διεπιστημονικό. Αυτό συνεπάγεται ότι τα courses των Μαθηματικών, όχι μόνο για τους φοιτητές της βιολογικής επιστήμης αλλά για όλο το γενικό προπτυχιακό ακροατήριο, θα πρέπει να εμπλουτιστούν

Περισσότερα στο 4ο τεύχος του "φ"
(σελ. 121-124)

ΙΝΣΤΙΤΟΥΤΟ ΑΣΤΡΟΝΟΜΙΑΣ ΚΑΙ ΑΣΤΡΟΦΥΣΙΚΗΣ
ΕΘΝΙΚΟ ΑΣΤΕΡΟΣΚΟΠΕΙΟ ΑΘΗΝΩΝ

Μια σύντομη συζήτηση με τον Πρόεδρο της Ελληνικής Επιτροπής "2009 Παγκόσμιο Έτος Αστρονομίας" και Διευθυντή του Ινστιτούτου Αστρονομίας και Αστροφυσικής Καθηγητή Χρήστο Γούδη

Κύριε Καθηγητά:
Με πρωτοβουλία της Διεθνούς Ένωσης Αστρονομίας και της Ουνέσκο, το έτος που διανύουμε έχει χαρακτηριστεί ως Έτος Αστρονομίας.
Ποιό το σκεπτικό, ποιές ανάγκες, ποιές προσδοκίες και ποιοι οι στόχοι αυτής της απόφασης;

Χρ. Γούδης Τα επιτεύγματα της σύγχρονης Αστρονομίας και Αστροφυσικής προσδιορίζουν πλέον το σύγχρονο φιλοσοφικό και υπαρξιακό πλαίσιο του ανθρώπου. Στόχος του παγκοσμίου έτους Αστρονομίας είναι η διάχυση αυτής της γνώσεως, έτσι ώστε ο κάθε άνθρωπος να μπορεί να προσδιορίσει τις δικές του προσωπικές συντεταγμένες μέσα σε αυτό που αποκαλούμε Σύμπαν και του οποίου είναι γέννημα.

Είναι γεγονός πως όσο οι Επιστήμες προχωρούν και εμβαθύνουν στα μυστικά της Φύσης, τόσο αποκόπτονται από τον μέσο πολίτη ο οποίος αδυνατεί να κατανοήσει όλο και περισσότερο τις νέες εξελίξεις.
Και η Αστρονομία σίγουρα δεν αποτελεί εξαίρεση. Ίσα - όσα που οι πρόοδοι της, κάθε τόσο αφήνουν κατάπληκτούς ακόμα και ανθρώπους που κάθε άλλο παρά άσχετους με το χώρο, μπορεί κανείς να τους χαρακτηρίσει.
Πώς βλέπετε να γεφυρώνεται το χάσμα αυτό; (αν βέβαια θεωρείται ουσιαστικής σημασίας αυτή η γεφύρωση)

Χρ. Γούδης Η όσμωση της επιστημονικής γνώσεως προς το ευρύ κοινό και οι τρόποι μέσα από τους οποίους μπορεί να επιτευχθεί, αποτελεί ένα παγκόσμιο πρόβλημα στον χώρο της λεγόμενης επιστημονικής δημοσιογραφίας. Είναι ένα ιδιαίτερα δύσκολο θέμα και για αυτό το λόγο βλέπουμε πολλούς προβεβλημένους επιστήμονες στον τομέα τους, οι οποίοι νιώθουν έντονα αυτή την κοινωνική τους υποχρέωση, να στρέφονται προς το ευρύ κοινό μέσα από σοβαρά εκλαϊκευτικά έργα σχετικά με τα επιτεύγματα του δικού τους ερευνητικού χώρου. Αυτή είναι και η μόνη ουσιαστική απάντηση στο ερώτημά σας, δεδομένου ότι το θέμα της αξιοπιστίας στο τι έχει επιτευχθεί και στο τι όχι, είναι ιδιαίτερα σημαντικό προς αποφυγήν μιας άκριτης "σκουπιδολογίας" από αναρμόδιους ανθρώπους η οποία προκαλεί σύγχυση στο μέσο άνθρωπο και δεν προάγει τις κριτικές του ικανότητες.

Είναι προφανές ότι η έρευνα στην Αστρονομία δεν είναι ολιγοδάπανη. Τα μέσα που χρησιμοποιεί ο Αστρονόμος ίσως είναι από τα πιο ακριβά επιστημονικά "εργαλεία"
Και η επένδυση σ' αυτά είναι ίσως εύλογο να εγείρει ερωτήματα του τύπου:
"Τι όφελος μπορεί να αναμένει ο σύγχρονος άνθρωπος από τη μελέτη ενός Γαλαξία που βρίσκεται δέκα εκατομμύρια έτη φωτός μακριά από τη Γη, άρα από τη μελέτη του φωτός που "έφυγε" απ' αυτόν πριν δέκα εκατομμύρια χρόνια";

Ακολουθούν επιστημονικά άρθρα Ελλήνων και Πανεπιστημιακών του εξωτερικού.

Ξέρω ότι οι πρώτοι αριθμοί είναι όμορφοι. Αν αυτό δεν είναι αλήθεια, τότε δεν υπάρχει τίποτα όμορφο.
Paul Erdos

Γιατί οι πρώτοι αριθμοί;

Barry Mazur
Καθηγητής Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο Harvard

Μετάφραση (απο το Γαλλικό περιοδικό LES DOSSIERS DE LA RECHERCHE, N° 20 -Αυγ. 2005)*
Στράτος Ε. Μάκρας
δρ. Μαθηματικών Πανεπ/μίου Αθηνών

* Με την άδεια του καθηγητή Barry Mazur

Οι πρώτοι αριθμοί είναι, για την κατασκευή των ακεραίων αριθμών, οι στοιχειώδεις δομικοί λίθοι, όπως τα άτομα είναι οι στοιχειώδεις δομικοί λίθοι για την κατασκευή των μορίων. Υπάρχει μεγάλο πλήθος προβλημάτων, που αφορούν τους ακέραιους αριθμούς, των οποίων η διατύπωση είναι απλούστατη, αλλά η αντιμετώπιση εξαιρετικά δύσκολη. Ένας διακεκριμένος μαθηματικός του Harvard στοιχημάτισε να τα παρουσιάσει επικαλούμενος στοιχειώδεις μόνο μαθηματικές γνώσεις.

Αν πιστέψουμε τον Αριστοτέλη, οι πυθαγόρειοι πίστευαν ότι οι αρχές που διέπουν τους πρώτους αριθμούς, διέπουν τα πάντα (Το παν αριθμός σ.τ.μ.). Πίστευαν ότι οι αριθμοί είναι πιο βασικοί από τα τέσσερα βασικά στοιχεία του Εμπεδοκλή: τη γη, τον αέρα, την φωτιά και το νερό. Ο στοχασμός επί των αριθμών σημαίνει προσέγγιση της αρχιτεκτονικής του "όντως όντος". Από εκείνη την εποχή, ποια είναι η διαδρομή του στοχασμού επί των αριθμών;

Ο Αριστοτέλης έδειχνε μεγάλο ενδιαφέρον για την διάκριση μεταξύ "σύνθετου" και "αδιαίρετου".

Πριν από τέσσερις, περίπου, αιώνες, ο Rene Descartes (Ρενέ Ντεκάρτ) εξέφρασε την ελπίδα ότι "σύντομα δεν θα υπάρχει τίποτα προς ανακάλυψη στην γεωμετρία" (Στην εποχή του Descartes, Γεωμετρία = Μαθηματικά σ.τ.μ.). Οι φυσικοί σήμερα ονειρεύονται μια ενοποιημένη θεωρία. Όμως τα μαθηματικά των ακέραιων αριθμών, όσο σεβαστά, ωραία και ισχυρά και αν είναι, βρίσκονται ακόμα στο ξεκίνημα

Ολόκληρο το άρθρο (σελ. 53 - 58)
στο 3ο τεύχος του "φ"

Πώς απέδειξε ο Θεαίτητος το θεώρημά του;
How did Thaetetus prove his theorem?

Barry Mazur
Καθηγητής Μαθηματικών στο Πανεπιστήμιο Harvard

*Μετάφραση **Φίλιππος Φουρναράκης***
Διδάκτωρ του Πανεπιστημίου Αθηνών

Η Eva Brann, με έχει διδάξει πολλά πράγματα, ανάμεσα στα οποία είναι και η σημασία του να αγαπώ και να νοιάζομαι αυτό που θα μπορούσε να ονομαστεί "η μακρά συζήτηση". Αυτή η "μακρά συζήτηση" διαπερνά το χρόνο, μπορεί να αναζωπυρωθεί οποιαδήποτε στιγμή, ακόμη και μετά από μεγάλες παύσεις, και τα θέματά της να είναι εντελώς φρέσκα, εντελώς ζωντανά, τόσο νέα και ταυτόχρονα ακόμη πιο ηχηρά και πιο σημαντικά από ποτέ. Φτάνω να θεωρώ μερικά από τα μεγάλα κοινωνικά πνευματικά έργα, όπως τα Μαθηματικά για παράδειγμα, ως μια μακρά συζήτηση την οποία η ανθρωπότητα είχε, έχει, και θα συνεχίσει να έχει.

Αισθάνομαι ευλογημένος για το ότι είχα - για το ότι ακόμη έχω - μερικές μακρές εξειδικευμένες συζητήσεις με την Eva, εξαιρετικά σημαντικές για μένα. Μία από αυτές είχε να κάνει με την ιδέα της "εκτίμησης", αυτής της σημαντικής λέξης η οποία χαρακτηρίζει πολλά από τα γραπτά της Eva's, όπως για την Jane Austen, ή τον Όμηρο, γιατί αυτές είναι εκτιμήσεις με την βαθύτερη έννοια του όρου.

Σίγουρα η τέχνη της εκτίμησης είναι ένα μεγάλο δώρο του πνεύματος. Η πρώην σύζυγος ενός μεγάλου σύγχρονου μαθηματικού μου είπε κάποτε, με ίσες δόσεις αγανάκτησης και θαυμασμού, ότι ο πρώην σύζυγός της κατά κάποιο τρόπο θριαμβολογούσε με έκδηλη χαρά κάθε φορά που αποδείκνυε το πυθαγόρειο θεώρημα. Αυτό, κατά τη γνώμη μου, είναι πολύ τιμητικό.

Άλλοι πάλι θα είχαν διαφορετική άποψη. Ο Andre Weil, συζητώντας το πέρασμα από την "ενόραση στη βεβαιότητα" στα Μαθηματικά γράφει:

"όπως μας διδάσκει το Gita, η γνώση και η αδιαφορία αναπτύσσονται την ίδια στιγμή. Αφότου η Μεταφυσική γίνει Μαθηματικά έτοιμα να μορφοποιήσουν το υλικό για μια πραγματεία, η παγωμένη ομορφιά της δεν έχει πια τη δύναμη να μας δραστηριοποιήσει".

Αλλά εκτίμηση, στην πληρέστερη σημασία της, σημαίνει να συνεχίζουμε να εισπράττουμε ευχαρίστηση, και να αναγνωρίζουμε αυτή την ευχαρίστηση, από τα πράγματα που νομίζουμε ότι ήδη κατανοούμε, και να εισπράττουμε ακόμη μεγαλύτερη ευχαρίστηση αντιμετωπίζοντας τα πράγματα που ακόμη δεν κατανοούμε.

Η αλήθεια για το Königsberg
The Truth about Königsberg

Brian Hopkins and Robin J. Wilson

Μετάφραση(*): Β. Ε. Βισκαδουράκης
(*) Με την άδεια του καθηγητή Robin Wilson

Ο **Brian Hopkins** είναι επίκουρος καθηγητής στο St. Peter's College, στο Jersey City του New Jersey. Έχει πάρει διδακτορικό από το Παν/μιο της Washington στην Αλγεβρική Συνδιαστική με εργασία πάνω στη θεωρία αναπαραστήσεων αλγεβρών Lie. Άλλα επαγγελματικά του ενδιαφέροντα περιλαμβάνουν τη θεωρία γραφημάτων και τη μαθηματική εκπαίδευση. Απολαμβάνει χορωδιακή μουσική, ποίηση, και την πόλη της Νέας Υόρκης.

Ο **Robin Wilson** είναι Πρόεδρος του Τμήματος θεωρητικών Μαθηματικών του Ανοικτού Παν/μίου στη Μεγ. Βρετανία και Μέλος (Fellow) του Keble College του Παν/μίου της Οξφόρδης. Έχει γράψει και εκδώσει περίπου δύο ντουζίνες βιβλίων αναφερόμενα από τη θεωρία Γραφημάτων μέχρι την Ιστορία των Μαθ/κών. Ενδιαφέρεται πολύ για τη Μουσική και είναι συνεκδότης βιβλίου γύρω από τη Μουσική και τα Μαθηματικά.

Η εργασία - paper του Euler σχετικά με τις γέφυρες του Konigsberg θεωρείται ευρέως ως η πρώτη συμβολή στη θεωρία γραφημάτων, αν και η λύση του Euler δεν κάνει καμία νύξη περί γραφημάτων. Στην εργασία που ακολουθεί τοποθετούμε τις θεωρήσεις του Euler για τις γέφυρες του Konigsberg στο ιστορικό τους πλαίσιο, παρουσιάζουμε τη μέθοδο λύσης του Euler και εξιχνιάζουμε την ανάπτυξη της σύγχρονης λύσης του προβλήματος.

Τί δεν έκανε ο Euler

Ένας πολύ γνωστός διασκεδαστικός γρίφος αναφέρεται στις γέφυρες του Konigsberg. Λέγεται πως στις αρχές του 18ου αιώνα, οι κάτοικοι της πόλης του Konigsberg συνήθιζαν να περνούν τα Κυριακάτικα απογεύματα κάνοντας πεζοί το γύρο της όμορφης πόλης τους. Η πόλη αυτή καθ' αυτή αποτελείται από τέσσερεις τομείς που δημιουργούνται από τους κλάδους του ποταμού Pregel πάνω από τους οποίους ήταν χτισμένες εφτά γέφυρες, όπως φαίνεται στο σχήμα 1.

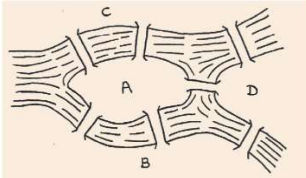


Figure 1. Königsberg

Το πρόβλημα που οι κάτοικοι έθεταν στον εαυτό τους ήταν να περπατήσουν σ' όλη την πόλη, διασχίζοντας όμως κάθε μία από τις εφτά γέφυρες ακριβώς μία φορά και, αν ήταν δυνατόν, να επιστρέψουν στο σημείο της αφετηρίας τους.

Αν κοιτάξετε σε κάποια βιβλία διασκεδαστικών Μαθηματικών ή παρακολουθήσετε κάποιους ειδικούς της θεωρίας Γραφημάτων οι οποίοι ξέρουν καλύτερα, θα "μάθετε" πως ο Leonard Euler έλυσε το πρόβλημα των γεφυρών του Konigsberg σχεδιάζοντας ένα σκίτσο / γράφημα της πόλης όπως αυτό του σχήματος 2, με κάθε κορυφή να παριστάνει μία από τις τέσσερεις περιοχές της πόλης και κάθε γραμμή μία από τις εφτά γέφυρες.

Έτσι το πρόβλημα μετατρέπεται στο να βρεις μια διαδρομή σ' αυτό το γράφημα, που να περνά από κάθε γραμμή ακριβώς μία φορά.

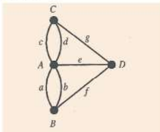


Figure 2. The Königsberg graph

Αλλά ο Euler δε σχεδίασε το γράφημα του σχήματος 2 - γραφήματα τέτοιου είδους δεν είχαν κάνει την εμφάνισή τους μέχρι το δεύτερο μισό του 19ου αιώνα.

Τότε, τί ακριβώς έκανε ο Euler;

Πώς το έκανε αυτό ο Euler;
[How Euler Did it]

Γεωμετρία Τριγώνου τον 19ο αιώνα

Edward Sandifer
Καθηγητής Μαθηματικών στο CSU
(Πολιτειακό Πανεπιστήμιο του Δυτικού Connecticut)

Μετάφραση (*): **Β.Ε.Βισκαδουράκης**
(*) Με την άδεια του καθηγητή Ed. Sandifer

Όταν διαβάζουμε για τον Euler, ή για οποιοδήποτε άλλο ιστορικό πρόσωπο, πρέπει να θυμόμαστε ότι έζησε στη δική του εποχή. Ο 18ος αιώνας ήταν πολύ διαφορετικός από τον 21ο, κατά τρόπο που δύσκολα μπορούμε να φανταστούμε. Υπάρχουν οι προφανείς διαφορές: τώρα έχουμε Διαδίκτυο, iPods, αεροπλάνα και αυτοκίνητα.

Με συγκινεί ακόμα η υπενθύμιση των σπουδαστών μου, ότι σήμερα έχουμε επίσης εσωτερικές υδραυλικές εγκαταστάσεις, πολυκαταστήματα και χαρτονομίσματα.

Έτσι όταν διαβάζουμε Euler, πρέπει να προσπαθήσουμε να καταλάβουμε πως τα προβλήματα που μελετά και οι τεχνικές που χρησιμοποιεί αντιστοιχούν στην εποχή του και όχι τη δική μας. Μιλούσε και έγραφε για ένα κοινό του 18ου αιώνα, και είμαστε τυχεροί που τα πράγματα που έλεγε είναι ακόμα χρήσιμα και ενδιαφέροντα. Έτσι όταν βρίσκουμε τον Euler να χρησιμοποιεί τεχνικές του 17ου αιώνα για να λύσει ένα πρόβλημα του 19ου αιώνα πρέπει να είμαστε προσεκτικοί.

Η εργασία - paper "Gometrica et sphaerica quaedam" [E749], του Euler (με τίτλο: "Ορισμένα Γεωμετρικά και Σφαιρικά ζητήματα") είναι ένα τέτοιο paper. Το κύριο αποτέλεσμά του, είναι ένα θεώρημα στη γεωμετρία του τριγώνου - θέμα προσφιλές και σημαντικό προς το τέλος του 19ου αιώνα.

Τα κύρια αποτελέσματα στη γεωμετρία του τριγώνου συνοψίζονται σε κάποια εξαιρετικά βιβλία όπως αυτό των Coxeter και Greitzer [C+G].

Αντίθετα, ένα από τα σημαντικότερα ζητήματα στα Μαθηματικά την εποχή του Euler, ήταν η βαθμιαία εξέλιξη, της οποίας ηγήθηκε ο ίδιος, από τα μαθηματικά που βασίζονταν σε αντικείμενα

Ανάκτηση του κινήτρου για τα Μαθηματικά: Διδασκαλία από τις πηγές

Reinhard Laubenbacher & David Pengelley
Τμήμα Μαθηματικών Πολιτειακό Πανεπιστήμιο New Mexico, Lad Cruces
Michael Siddoway
Τμήμα Μαθηματικών, Colorado College, Colorado Springs

Μετάφραση (*): Όλγα Β. Βισκαδουράκη
(*) Με την άδεια του Καθηγητή David Pengelley

Ένα πολύ συνηθισμένο γνώρισμα της διδασκαλίας των Μαθηματικών σε Προπτυχιακό επίπεδο, όπως επίσης στα λύκεια αλλά και σε Μεταπτυχιακό επίπεδο, είναι η έλλειψη κινήτρου που παρέχουμε για αφηρημένες έννοιες. Συχνά, εισάγουμε μία ιδέα με τη βοήθεια μιας άλλης, εξίσου χωρίς κίνητρο, αόριστης έννοιας ή με τη βοήθεια μιας πρακτικής, συχνά ασήμαντης και τετριμμένης εφαρμογής απ' τον αληθινό κόσμο ως άλλοθι αυτού που θέλουμε να περάσουμε στους μαθητές.

Σαν συνέπεια, οι περισσότεροι μαθητές βλέπουν τα μαθηματικά ως ένα παιχνίδι με αυθαίρετους κανόνες, που τίθενται από εμάς, και είναι αποσυνδεδεμένο από καθετί.

Ακόμα κι αν θα μπορούσαμε να πείσουμε τους σπουδαστές ότι τα πράγματα που διδάσκουμε είναι πράγματι χρήσιμα, γιατί αυτό θα έπρεπε να τα κάνει και ενδιαφέροντα σε αυτούς; Έχουμε παρουσιάσει τα Μαθηματικά μόνο ως "γλώσσα ης επιστήμης" ξεπουλώντας τα, εφόσον μόνο η χρησιμότητα ενός θέματος δεν παράγει απαραιτήτως και ενθουσιασμό γι' αυτό. Για πολλούς, ο ενθουσιασμός προέρχεται από τη δημιουργική, καλλιτεχνική πτυχή του θέματος και τη διανοητική γοητεία του.

Ένα άλλο σοβαρό μειονέκτημα στην τρέχουσα προσέγγιση των Μαθηματικών είναι ότι στερεί απ' τους μαθητές την αίσθηση ότι τα Μαθηματικά είναι μία εξελικτική διαδικασία. Σε (μία) μικρή κλίμακα, τα σύγχρονα εγχειρίδια και οι συνηθισμένες μέθοδοι διδασκαλίας αποτυγχάνουν να δείξουν τον πραγματικό τρόπο με τον οποίο οι μαθηματικοί σκέφτονται για τα προβλήματα και δουλεύουν πάνω σ' αυτά. Σε μεγαλύτερη κλίμακα, στερούμε τους μαθητές από τη μακροπρόθεσμη διαδικασία από την οποία μία μαθηματική θεωρία προκύπτει από τον αγώνα πάνω σε ένα ή περισσότερα κεντρικά προβλήματα, συχνά κατά τη διάρκεια πολλών αιώνων. Ωστόσο, αυτές οι διαδικασίες είναι που θέλουμε οι μαθητές μας να κατανοήσουν.

Δεν υπάρχει αμφιβολία ότι πολλοί άνθρωποι και αυτοί που διδάχτηκαν αρκετά Μαθηματικά στο λύκειο ή το πανεπιστήμιο, είναι δύσπιστοι όταν τους λέει κανείς ότι, ναι πράγματι, υπάρχει πολλή έρευνα που διεξάγεται στα σημερινά μαθηματικά. Έχουν δει μόνο μία φαινομενικά απολιθωμένη δομή, χωρίς το παραμικρό ίχνος της δημιουργικής ανθρώπινης προέλευσής τους, και όλα, τουλάχιστον 100 ετών.

Οι μαθηματικοί ξέρουν, φυσικά, ότι οφείλουμε πολ-

Τα Μοναδικά Αποτελέσματα της Εισαγωγής της Ιστορίας των Μαθηματικών στο Μάθημα της Άλγεβρας

G.W. Hagerty, S. Smith, D. Goodwin

Μετάφραση(*): Παπαδοπούλου – Τζαφέρη Λίλα

*Με την άδεια των G.W. Hagerty, S. Smith, D. Goodwin και του εκδότη **Victor Katz** του περιοδικού **Convergence** της **Mathematical Assosiation of America***

Μπορεί η στάση των φοιτητών απέναντι στα Μαθηματικά να επηρεαστεί αν μάθουν ότι το 17ο αι. ο Ντεκάρτ ενσωμάτωσε τη γνώση περί Άλγεβρας και Γεωμετρίας αξίας πολλών αιώνων, επεκτείνοντας τα θεμέλια της αναλυτικής Γεωμετρίας και δημιουργώντας ένα σύστημα συντεταγμένων το οποίο αργότερα θα εξελισσόταν στο σημερινό Καρτεσιανό Σύστημα Συντεταγμένων (Berlinghoff & Gouvea, 2002); Τι ωφέλη σχετικά με την απόδοση και τη μνήμη μπορούν να υπάρξουν εάν εκθέσουμε τους φοιτητές στην ιστορική εξέλιξη των λογαρίθμων; Επηρεάζει η διδασκαλία της προέλευσης του μαθηματικού όρου "παραβολή" την κατανόηση από μέρους των φοιτητών της έννοιας και την ικανότητά τους να χρησιμοποιούν τον όρο; Μπορούν οι ιδέες που διαμορφώθηκαν στο πέρασμα των χρόνων σχετικά με τους σύνθετους αριθμούς και την Άλγεβρα του Boole να χρησιμοποιηθούν για να δείξουν στους φοιτητές ότι τα Μαθηματικά είναι χρήσιμα για την επίλυση των πραγματικών προβλημάτων της εποχής μας; Αυτό το άρθρο αναλύει τ' αποτελέσματα της έρευνας του Πολιτειακού Πανεπιστημίου του Black Hills (BHSU) σχετικά με το πώς επηρεάζουν τα μαθήματα Ιστορίας που ενσωματώθηκαν στο μάθημα της Πανεπιστημιακής Άλγεβρας τις απόψεις, τα πιστεύω, την κατανόηση και την αντίληψη

* MSRI: Mathmetical Sciences Research Institute

Οι Μέσοι Όροι και οι σχέσεις τους

Λ. Σιμπάσωφ

*Μετάφραση: **Βιβή Ι. Λαΐνα**, Πτυχ. Μαθηματικός Πανεπιστημίου Χαρκόβου, Ph. D στην Παιδαγωγική (ειδικότητα "Διδακτική των Μαθηματικών") Πανεπιστήμιο Λένινγκραντ*

[Σ.τ.Σ] Το παρόν άρθρο του Λ. Σιμπάσωφ από το 4ο τεύχος 2004 του φημισμένου και διεθνώς αναγνωρισμένου ρωσσικού περιοδικού KBANT, επιλέχθηκε να μεταφραστεί (με άδεια της Συντακτικής Επιτροπής) και να παρουσιασθεί στους Έλληνες αναγνώστες του "φ" για τους εξής λόγους:

α. Είναι συναρπαστικό και επιστημονικά ενδιαφέρον, αφού δίνει νόημα και περιεχόμενο στο στείρο ασκησιολόγιο που κυκλοφορεί σαν πλημμυρίδα γύρω μας.

β. Είναι απολύτως κατανοητό προχωρώντας και γενικεύοντας βήμα - βήμα από πολύ απλά πράγματα μέχρι και αρκετά προχωρημένα θέματα χωρίς χάσματα και παλινωδίες.

γ. Είναι από άποψη Διδακτικής ιδιαίτερα ενδιαφέρον εγκαθιστώντας σε κάθε βήμα γέφυρες και διασυνδέσεις ανάμεσα στην Άλγεβρα, την Γεωμετρία και την Ανάλυση.

δ. Το στήσιμο, η αρχιτεκτονική δομή του άρθρου νομίζουμε πως είναι υποδειγματική. Δεν ακολουθεί το τετριμμένο σχήμα, αλλά αλληλοσυνδέει θεωρία με προβλήματα σε όλη την έκτασή του, βάζοντας έτσι τον αναγνώστη σε ένα κλίμα ενεργητικού και όχι παθητικού διαβάσματος.

Στο άρθρο αυτό ο Λ. Σιμπάσωφ κάνει πραγματικά Μαθηματικά και προσκαλεί τον αναγνώστη να συμμετάσχει σε αυτή την συναρπαστική διαδικασία.

Λίγη ιστορία Με τον μέσο αριθμητικό $\frac{a+b}{2}$ και τον μέσο γεωμετρικό $\sqrt{ab}$ των αριθμών a και b οι αναγνώστες του Κβαντ γνωρίζονται καλά. Τα μεγέθη αυτά συναντώνται αρκετά συχνά κατά την επίλυση σχολικών ασκήσεων. Ο μέσος αριθμητικός χρησιμοποιείται τόσο συχνά σε διάφορα δελτία στοιχείων, πλάνα και αναφορές που όταν ακούμε κάτι για μέσο μέγεθος, αυτόματα πάει το μυαλό μας στον μέσο αριθμητικό. Σε αυτό βασίζεται η γνωστή άσκηση - παγίδα: ένα σώμα κινείται στο πρώτο μισό της απόστασης με ταχύτητα a, ενώ στο δεύτερο μισό της απόστασης με ταχύτητα b. Να υπολογισθεί η μέση ταχύτητα του σώματος στο σύνολο της απόστασης. Η ζητούμενη ταχύτητα δεν είναι ίση με το μέσο αριθμητικό των δύο ταχυτήτων, όπως θα φαινόταν σε κάποιον με μία πρώτη ματιά, αλλά ισούται με $\frac{2ab}{a+b}$, δηλαδή με τον μέσο αρμονικό των δύο αριθμών.

Ακριβώς δεν γνωρίζουμε το πότε εμφανίσθηκαν στα Μαθηματικά οι έννοιες των μέσων μεγεθών. Υποθέτουν όμως, ότι οι κάτοικοι της Βαβυλώνας πάνω από τρεις χιλιάδες χρόνια πριν τα χρησιμοποιούσαν στον υπολογισμό των τετραγωνικών ριζών. Στους πίνακες που ήρθαν στο φως του σύγχρονου κόσμου, τις τετραγωνικές ρίζες των φυσικών αριθμών τις υπολόγιζαν βάσει του γνωστού τύπου: εάν $N = \beta^2 + r$, τότε $\sqrt{N} = \sqrt{\beta^2 + r} = \beta + \frac{r}{2\beta}$

Αποκαθιστώντας την πορεία σκέψης των Βαβυλωνίων, οι σύγχρονοι επιστήμονες έφθασαν στο συμπέρασμα, ότι έπαιρναν τον μέσο αριθμητικό των αριθμών β και $\frac{N}{\beta}$. Στην πραγματικότητα εάν θέσουμε το $\alpha = \frac{N}{\beta}$, τότε

ΑΠΕΙΡΟΣΤΑ (Ι)

Ο Αχιλλέας, η χελώνα και τα παράδοξα του Ζήνωνα

Κοντοκώστας Σ. Δημήτριος

Δρ. Μαθηματικών, Πολυτεχνείο Θεσσαλίας

Email: dkodokostas@teilar.gr dkodokostas@alumni.nd.edu

ΤΑ ΤΡΙΑ ΠΑΡΑΔΟΞΑ ΤΟΥ ΖΗΝΩΝΑ

Γύρω στο 445 π.Χ., ο Ζήνωνας (που γεννήθηκε το 480 π.Χ.) ταξίδεψε μαζί με τον δάσκαλό του τον Παρμενίδη (που γεννήθηκε το 515 π.Χ.) από την πατρίδα τους την Ελέα, μια Ελληνική αποικία στη Σικελία, ως την Αθήνα με σκοπό να ανταλλάξουν φιλοσοφικές απόψεις με τους Αθηναίους φιλοσόφους. Στη συνάντησή τους με τον νεαρό τότε Σωκράτη (γεννήθηκε το 470 π.Χ.), ο Παρμενίδης παρουσίασε την εξής καταπληκτική θέση του Ζήνωνα περί της μη ολοκλήρωσης της κίνησης:

Αν ο γοργοπόδαρος Αχιλλέας θελήσει να φτάσει την βραδύτατη αλλά προπορευόμενη χελώνα, θα πρέπει πρώτα οπωσδήποτε να φτάσει στην αρχική θέση της χελώνας. Βεβαίως ως τότε, η χελώνα θα έχει κινηθεί λίγο πιο μπροστά. Ο Αχιλλέας πρέπει λοιπόν να φτάσει ως τη νέα της θέση. Όταν βρεθεί εκεί, η χελώνα θα έχει προχωρήσει λίγο ακόμη, κ.ο.κ. Οπότε, συμπεραίνει ο Ζήνωνας, **δεν είναι ποτέ δυνατό να ολοκληρωθεί ετούτη η κίνηση** για να φτάσει ο Αχιλλέας τη χελώνα διότι πάντοτε απομένει κάποια απόσταση η οποία πρέπει να διανυθεί, ασχέτως με το πόσο μικρή είναι αυτή.

Ο Παρμενίδης είχε καταλήξει στην άποψη πως η πραγματικότητα δεν είναι τίποτε άλλο από μια μονολιθική και αμετάβλητη κατάσταση, όπου η κίνηση είναι αδύνατη, όπου δηλαδή κάθε φαινομενική κίνηση δεν είναι παρά ...φαινομενική! Το ον λέει ο Παρμενίδης, είναι αγέννητο, αθάνατο, αδιαίρετο και ακίνητο, με ορισμένο και τέλειο σχήμα που δεν είναι άλλο από τη σφαίρα. Στη γλώσσα του Παρμενίδη το ον είναι: αγέννητον, ανώλεθρον, ουλομελές, ατρεμές, ατέλεστον, εν, συνεχές, ακίνητον, άναρχον, άπαυστον, έμπεδον, ούλον, τετελεσμένον, ισοπαλές, άσυλον. Με τις διδαχές του αυτές άνοιξε πρώτος το χώρο της μεταφυσικής. Ο μαθητής του ο Ζήνωνας επινόησε το παραπάνω παράδοξο ακριβώς για να στηρίξει τις θεωρίες του δασκάλου του. Πληροφορίες για την περίφημη συνάντηση με το Σωκράτη (αν αυτή έγινε ποτέ) μπορεί κανείς να αντλήσει από το διάλογο "Παρμενίδης" του Πλάτωνα του πιο ξακουστού μαθητή του Σωκράτη.

Περισσότερα στο 2ο τεύχος του «φ» (σελ. 40-46)

Το Θεώρημα του Jordan

Δρ. Κοντοκώστας Δημήτριος

Αν και το κοινό θεωρεί Κύκλο οποιονδήποτε ονομάζεται Κύκλος, στις περισσότερο μορφωμένες τάξεις είναι γνωστό ότι κανένας Κύκλος δεν είναι πραγματικά Κύκλος, αλλά μόνο Πολύγωνο με πολύ μεγάλο αριθμό πολύ μικρών πλευρών. Καθώς ο αριθμός των πλευρών αυξάνεται, το Πολύγωνο προσεγγίζει την οριακή μορφή του Κύκλου και, όταν ο αριθμός τους είναι πολύ μεγάλος πράγματι, ας πούμε για παράδειγμα τριακόσιες ή τετρακόσιες, είναι εξαιρετικά δύσκολο, ακόμη και για την πιο ευαίσθητη αφή, να αντιληφθεί οποιαδήποτε γωνία.

Flatland

Edwin A. Abbott

§1. Περί Μαθηματικής αυστηρότητας

Ο σκοπός του παρόντος άρθρου είναι να ασχοληθούμε με μια σημαντική Γεωμετρική Πρόταση που ονομάζεται Θεώρημα του Jordan, η αλήθεια του οποίου είναι εκ πρώτης όψεως τόσο "φανερή" που φαντάζει σχεδόν προσβλητικό το να ζητήσουμε μια αυστηρή απόδειξή του.

Όμως η "προφανής" αλήθεια της οποιασδήποτε πρότασης στα Μαθηματικά είναι συζητήσιμη. Μάλιστα η ύπαρξη των ίδιων των Μαθηματικών ως ένα δομημένο σύστημα σκέψης βασισμένο σε πρωταρχικές έννοιες, αξιώματα και αποδεικτικούς κανόνες αποτελεί την καλύτερη απόδειξη για την καλύτερη προσπάθειά μας για την άρση των "προφανών" αποδείξεων.

Πόσο αυστηροί είσαστε στις μαθηματικές σας σκέψεις; Τι θεωρείτε ως προφανές και τι ως εύκολα αποδείξιμο; Πότε χρησιμοποιείτε την έκφραση "αποδεικνύεται εύκολα πως"... Δοκιμάστε το βαθμό της αυστηρότητάς σας στο επόμενο Πρόβλημα δίνοντας μια δική σας απόδειξη και συγκρίνοντάς την με αυτή που ακολουθεί.

Η απόδειξη στο καλειδοσκόπιο[1]

Του Ευγένιου Αγγελόπουλου
Καθηγητή Μαθηματικών στο Ε.Μ.Π.

Εφόσον μιλώ μετά από φιλόσοφους, ας διευκρινίσω ότι θα μιλήσω ως μαθηματικός. Και μάλιστα, μια που κάποιοι προηγούμενοι αναφέρθηκαν στον Αλτουσέρ, ο οποίος είχε γράψει και ένα βιβλίο με τίτλο "Φιλοσοφία και αυθόρμητη φιλοσοφία των επιστημόνων", θα μιλήσω με βάση την αυθόρμητη φιλοσοφία ενός μαθηματικού, που βγαίνει από μία εμπειρία διδασκαλίας και έρευνας.

Ας ξεκινήσω υιοθετώντας την εξής θέση:

Η μαθηματική λειτουργία είναι η ίδια σε όποιο επίπεδο μαθηματικής γνώσης και αν βρίσκεται κανείς.

Τα μαθηματικά ασχολούνται με τις έννοιες, τις σχέσεις τους και τις ιδιότητές τους[2]. Ξεκινώντας από κάποια δεδομένα, διατυπώνονται ερωτήματα και ζητούνται απαντήσεις βάσει κάποιων κανόνων μετάβασης. Οι απαντήσεις με τη σειρά τους, γεννούν άλλα ερωτήματα στα οποία θα δοθούν άλλες απαντήσεις, και τελειωμός δεν υπάρχει. Το πέρασμα από το ερώτημα στην απάντηση είναι η απόδειξη.

Η μαθηματική λειτουργία περιέχει βέβαια και άλλα στοιχεία: εισαγωγή νέων όρων, αναδιατύπωση προγενέστερων όρων, κριτική και επεξεργασία αποδεικτικών κανόνων, κτλ. Η απόδειξη όμως είναι η βασική διαδικασία, αυτό που συνδέει τις προτάσεις μεταξύ τους, που πραγματοποιεί στα μαθηματικά τη σχέση αιτίου-αιτιατού, χωρίς την οποία θα είχαμε απλώς παράθεση αποτελεσμάτων.

Όταν λέμε απόδειξη εννοούμε κάτι το αρκετά σύνθετο. Αν στον τίτλο της ομιλίας μου έβαλα τη λέξη "καλειδοσκόπιο", είναι γιατί το καλειδοσκόπιο ανασυνθέτει συμμετρικά μια εικόνα σε πολλές κατευθύνσεις, οργανωμένες αφενός διαδοχικά και αφετέρου σε διαμετρικά αντίθετα ζεύγη, σε δίπολα... Και η έννοια αυτή καθεαυτή της απόδειξης μπορεί να ιδωθεί μέσα από πολλά αντιθετικά ζεύγη. Κάποια από αυτά τα δίπολα θα παρουσιάσω εδώ σήμερα.

1. Πρόκειται για (εκ των υστέρων) απόδοση (μαγνητοφωνημένης) ομιλίας που δόθηκε στη Θεσσαλονίκη, στα πλαίσια του 2ου Διημέρου για τη Διδασκαλία των Μαθηματικών του Παιδαγωγικού Τμήματος Δημοτικής Εκπαίδευσης του ΑΠΘ, με θέμα "Το επιχείρημα και η απόδειξη στα σχολικά Μαθηματικά", 15-16 Μαρτίου 2003. Την απομαγνητοφώνηση έκανε η Μαλβίνα Παπαδάκη, την οποία και ευχαριστώ. Ευχαριστώ επίσης και τους Άρι Αραγεώργη και Δημήτρη Χασάπη για τη συνεισφορά τους στο παρόν κείμενο.
2. Διαφοροποιώ τις λέξεις σχέση και ιδιότητα, παρόλο που στα μαθηματικά οι δύο λέξεις συγχέονται (από κάποιο σημείο και μετά): η σχέση $\alpha=\beta$ μπορεί να θεωρηθεί ως ιδιότητα του ζεύγους (α,β), θεωρούμενου ως ένα αντικείμενο, και αντίστροφα μια ιδιότητα μπορεί να θεωρηθεί ως μονομελής σχέση. Οι έννοιες του "ένα" και του "πολλά" αποκτούν σχετικό περιεχόμενο: ένα τρίγωνο είναι ένα; είναι τρία; Πότε ένα πότε τρία, αναλόγως; Αλλά ας μη συνεχίσω προς αυτή την κατεύθυνση.

Ο ρόλος του Καθηγητή

[The Role of the Professor]

Walter Noll
Ομότιμος Καθηγητής Μαθηματικών του Carnegie Mellon University

Μετάφραση:* Όλγα Βισκαδουράκη
** Με την άδεια του Καθηγητή Walter Noll*

Αυτό το άρθρο σκοπό έχει όχι μόνο να βοηθήσει τους καθηγητές να καταλάβουν καλύτερα τον ρόλο τους, αλλά να βοηθήσει και το ευρύ κοινό να εκτιμήσει περισσότερο αυτό τον ρόλο. Αν και το κείμενο είναι γραμμένο από την οπτική ενός καθηγητή των Μαθηματικών, η ουσία του πρέπει να αφορά στους καθηγητές όλων των ειδικοτήτων.

Όταν ερωτώμαι -τί δουλειά κάνω;- και απαντώ πως είμαι καθηγητής, η επόμενη ερώτηση κατά κανόνα είναι: "τί διδάσκετε;"

Αυτό δείχνει ότι για τον περισσότερο κόσμο ο πανεπιστημιακός καθηγητής είναι (απλά) ένας δάσκαλος με περγαμηνές. Η Διοίκηση του Πανεπιστημίου, προσδοκά από εμένα, να διεξάγω έρευνα και να διδάσκω, και θεωρείται ότι αυτά είναι τα μόνα σημαντικά καθήκοντα ενός ακαδημαϊκού.

Στην πραγματικότητα, κάποιες φορές μου δίνονται ερωτηματολόγια, στα οποία ερωτώμαι, πώς ξοδεύω τον χρόνο μου: Τι ποσοστό στην "διδασκαλία" και τι ποσοστό στην "έρευνα".

Δεν νιώθω καθόλου άνετα όταν απαντώ σε τέτοιες ερωτήσεις. Πρόσφατα συνειδητοποίησα ότι πέρασα το μεγαλύτερο μέρος της επαγγελματικής μου ζωής, χωρίς να "διδάσκω" ή να "ερευνώ" με την στενή έννοια: περισσότερο έχω αφοσιωθεί στο αντικείμενό μου: τα Μαθηματικά.

Υπάρχουν σημαντικές διαφορές μεταξύ ενός δασκάλου, ενός ερευνητή, κι ενός αληθινού πανεπιστημιακού. Ας τις ξεκαθαρίσω:

Η εστίαση της προσοχής του δασκάλου, είναι στους μαθητές του. Η δουλειά του είναι να μεταλαμπαδεύει ένα καθορισμένο όγκο γνώσεων στους μαθητές και να ενδιαφέρεται για τον καλύτερο τρόπο που θα το πετύχει. Κανονικά ακολουθεί ένα εγχειρίδιο και το Αναλυτικό Πρόγραμμα.

Ένα πολύ σημαντικό μέρος της δουλειάς του, είναι να αναθέτει εργασίες για το σπίτι και να βάζει διαγωνίσματα ώστε να διαπιστώνει τί μαθαίνουν οι μαθητές του. Τον απασχολεί η γνώμη των μαθητών του για αυτόν και την απόδοσή του. Επίσης συμμερίζεται την ανησυχία των μαθητών του για τους βαθμούς τους.

Η εστίαση της προσοχής του πανεπιστημιακού είναι στο αντικείμενό του. Βιώνει το πεδίο ενασχόλησής του και δεν μπορεί εύκολα να το

Τα Μαθηματικά δεν θάπρεπε να είναι βαρετά

Walter Noll
Μάρτιος 2003*
Καθηγητής Μαθηματικών στο Carnegie Mellon University

Μετάφραση(*): Βαρβάρα Λέρη
(*) Με την άδεια του Καθηγητή Walter Noll

Σ.τ.Ε. *Επιλέξαμε να συμπεριλάβουμε το παρόν άρθρο (ομιλία) του διακεκριμένου Καθηγητή στο Carnegie Mellon University (από τα καλύτερα στις ΗΠΑ), γιατί πραγματικά με πολύ ζωντανό και γλαφυρό τρόπο υποδεικνύει, και μάλιστα με τη βοήθεια προσωπικών του βιωμάτων και εμπειριών, πού θα πρέπει να εστιάζει μια σωστή Μαθηματική Εκπ/ση και τι θα πρέπει να αποφεύγει. Όσοι θέλουν να διδάσκουν πραγματικά Μαθηματικά και όχι μιταισάν οφείλουν να πάρουν πολύ σοβαρά υπόψιν τα λεγόμενα του Walter Noll. Το "φ" ακριβώς αυτή την άποψη για τα Μαθηματικά και τη Μαθηματική Εκπαίδευση υιοθετεί, αυτήν προβάλλει και αυτήν υπηρετεί από την πρώτη στιγμή της κυκλοφορίας του. Και αυτή του η υπηρεσία αποτελεί ίσως τον βασικότερο λόγο ύπαρξής του. Στην επικοινωνία μας με τον Καθηγητή Walter Noll, ο ίδιος πρότεινε ότι κάποια τμήματα του άρθρου θα μπορούσαν και να παραληφθούν.*
Επιλέξαμε να μην παραλείψουμε τίποτα, γιατί όπως θα διαπιστώσετε φίλοι αναγνώστες, από την πρώτη ως την τελευταία γραμμή εμπεριέχονται αλήθειες κρίσιμες για τον δάσκαλο των Μαθηματικών. Ακόμα και από τις προσωπικές αναφορές του Καθηγητή Walter Noll σε σχέση με τα παιδιά του, τους καθηγητές τους και το σχολείο τους, προκύπτουν μαθήματα για κάθε δάσκαλο οποιασδήποτε βαθμίδας της Εκπαίδευσής μας. Δεν μένει παρά να διαπιστώσετε οι ίδιοι πως δεν είναι χωρίς σημασία, ούτε μια γραμμή απ' ότι στη συνέχεια ακολουθεί.

Πρώτα, θα ήθελα να σας συστηθώ. Είναι καθηγητής των Μαθηματικών στο Carnegie Mellon University από το 1956. Από τη διδασκαλία βγήκα στην σύνταξη το 1993, αλλά ακόμα είμαι ενεργός με την έρευνα, τη συγγραφή και τις διαλέξεις. Η εκπαίδευσή μου πραγματοποιήθηκε περισσότερο στο Βερολίνο, στη Γερμανία, εκτός από ένα χρόνο ως ξένος φοιτητής στη Γαλλία και ένα χρόνο ως απόφοιτος ξένος σπουδαστής στο Bloomington στην Indiana, από όπου έλαβα το διδακτορικό μου. Πολλές φορές, επισκέφτηκα για ένα μήνα ή περισσότερο την Γερμανία, το Ισραήλ,

* Αυτό είναι το κείμενο μιας διάλεξης σε καθηγητές μαθηματικών των Καθολικών Σχολείων της Επισκοπής του Pittsburgh που δόθηκε στις 11 Απριλίου του 2003.

Χρησιμοποιώντας ΤΗΝ ΙΑΠΩΝΙΚΗ ΜΕΛΕΤΗ ΜΑΘΗΜΑΤΟΣ στη Διδασκαλία των Μαθηματικών

David Tall
Ομότιμος καθηγητής Μαθηματικής Εκπαίδευσης του Πανεπιστημίου Warwick

Μετάφραση(*): Β.Ε. Βισκαδουράκης
(*) Με την άδεια του Καθηγητή David Tall

[Σ.τ.Ε] *Ο David Tall είναι παγκόσμια γνωστή προσωπικότητα στη Διδακτική των Μαθηματικών και από τους λίγους που δημιούργησαν πραγματικά νέα γνώση στον τομέα αυτό. Δραστήριος όσο ελάχιστοι στο χώρο της Διδακτικής, η συμμετοχή του σε Συνέδρια, Workshops, Θερινά Σχολεία και άλλα events ανά τον κόσμο ήταν πάντα ξεχωριστή και πόλος έλξης ειδικών και μη του χώρου.*
Φίλος της Ελλάδας και με αρκετές συνεργασίες με Έλληνες και Ελληνίδες της Διδακτικής έχει συμβάλλει κατά τρόπο ουσιαστικό στην ανάπτυξη του προβληματισμού γύρω από θέματα Διδακτικής και στη χώρα μας. Το άρθρο του David Tall που παρουσιάζεται εδώ μεταφράστηκε με την άδειά του και την άδεια του Εκδότη του περιοδικού "The Scottish Mathematical Council Journal 38, 45-50, Dr. Chris Pritchard.
Η άδεια δόθηκε και από τους δύο με μεγάλη ευγένεια, άμεσα αφότου τους ζητήθηκε. Τους ευχαριστούμε και από τη θέση αυτή θερμά, γιατί δίνουν την ευκαιρία στους δασκάλους των Μαθηματικών Πρωτοβάθμιας και Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης να προβληματιστούν και να ενημερωθούν πάνω σε ένα πολύ ουσιαστικό ζήτημα με βάση τις εμπειρίες από μια τόσο μακρυνή και τόσο προχωρημένη και στον Εκπαιδευτικό τομέα χώρα, όπως η Ιαπωνία.

Η διδασκαλία και η αξιολόγηση των Μαθηματικών αποτελεί σήμερα ένα καθολικό φαινόμενο. Και δεν μπορεί να διαφύγει της προσοχής μας ότι υπάρχουν μερικές χώρες που εμφανίζονται να τα πηγαίνουν καλύτερα από άλλες. Ειδικότερα η Ιαπωνία και άλλες Ασιατικές χώρες φαίνεται να πετυχαίνουν σταθερά μεγαλύτερες βαθμολογίες σε διεθνή tests. Αν και μπορεί να είναι λογικό να αναρωτηθούμε τι πραγματικά μετρούν αυτά τα tests, είναι επίσης σημαντικό να δούμε αν μπορούμε να μάθουμε κάτι από αυτές τις εμπειρίες.

Στην Ιαπωνία, ιδιαίτερα στην Πρωτοβάθμια Εκπαίδευση, υπάρχει μία από παλιά καθιερωμένη πρακτική προετοιμασίας του μαθήματος η οποία υπάρχει εδώ και 130 χρόνια. Την ονομάζουν "Μελέτη Μαθήματος" (Lesson Study).

Η Μελέτη Μαθήματος εμπλέκει δασκάλους που εργάζονται από κοινού να σχεδιάσουν tests και να οργανώσουν σειρές μαθημάτων οι οποίες είναι δυνατόν να διευκολύνουν και να προωθήσουν τη μάθηση και να είναι αξιοποιήσιμες από άλλους δασκάλους.

Ο δάσκαλος που θα διδάξει στην τάξη, συνήθως σε συνεργασία με άλλους, θα πάρει ένα μαθηματικό θέμα, θα μελετήσει πώς θα οικοδομήσει τις νέες ιδέες σε προϋπάρχουσες εμπειρίες των μαθητών, θα σχεδιάσει ένα πρόβλημα το οποίο να μπορεί να χρησιμοποιηθεί για να ξεδιαλύνει τις σχετικές ιδέες και αρχές και να αποτυπώσει τους πιθανούς τρόπους που οι μαθητές θα μπορούσαν να αντιδράσουν στη νέα εμπειρία.

Η εργασία αυτή περιλαμβάνει το γράψιμο ενός σχεδίου/πλάνου που είναι συμβατό με τη γενικότερη ανάπτυξη της διδακτέας ύλης, επικεντρώνοντας στους κύριους στόχους των μαθημάτων, και τη λεπτομερειακή ανάπτυξη της ακολουθίας των μαθημάτων, συμπεριλαμβανομένων και των προβλέψεων των διαφόρων ιδεών που θα μπορούσαν να καταθέσουν οι μαθητές, ώστε και αυτές

Σχεδιάζοντας Αστέρια

Daniel B. Shapiro

Καθηγητής Μαθηματικών στο Πολιτειακό Παν/μιο του Οχάϊο (O.S.U)

Μετάφραση(*): B.E. Βισκαδουράκης

(*) Με την άδεια του καθηγητή Daniel B. Shapiro

[Σ.τ.Ε.] Στα δύο προηγούμενα τεύχη του "φ", και περισσότερο στο 5ο, είχαμε αναφερθεί εκτενώς στο Καλοκαιρινό Πρόγραμμα Μαθηματικών Arnold Ross που διεξάγεται στο Πανεπιστήμιο του Οχάιο από το 1963. Μετά το θάνατο του θεμελιωτή Arnold Ross, η ευθύνη για τη συνέχισή του, έχει περάσει στον καθηγητή Daniel Shapiro. Πρόκειται για έναν διακεκριμένο Μαθηματικό και Δάσκαλο που είναι σε θέση να μυήσει ακόμη και τον πιο νεαρό μαθητή στα μυστικά και τη μεθοδολογία της Μαθηματικής Έρευνας. Κι αυτό μπορεί κανείς να το διαπιστώσει από τη θεματολογία που διδάσκεται στο Πρόγραμμα Ross. Οι δύο μικρές εργασίες του που ακολουθούν και που με χαρά ο Καθηγητής D. Shapiro έδωσε την άδεια να μεταφραστούν και να συμπεριληφθούν στο ανά χείρας τεύχος, είναι χαρακτηριστικό δείγμα της γραφής του και της διδασκαλίας του.

Το συνηθισμένο πεντακόρυφο αστέρι ☆ είναι ένα υπέροχο σχήμα. Ήταν το μυστικό σχήμα των Πυθαγορείων στην Αρχαία Ελλάδα, οι οποίοι είχαν μελετήσει και ανακαλύψει πολλές από τις μαθηματικές και μαγικές του ιδιότητες.

Το εξακόρυφο αστέρι ✡, γνωστό και ως αστέρι του Δαυίδ, έχει επίσης μακρά ιστορία ως θρησκευτικό σύμβολο.

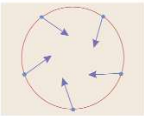
Τι άλλα αστέρια μπορείς να σχεδιάσεις;

Ας μελετήσουμε όμως το πεντακόρυφο αστέρι πιο αναλυτικά.

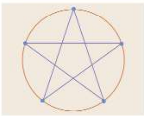
Ξεκινάμε από πέντε τελείες κατανεμημένες ομοιόμορφα σε ένα κύκλο. Σε κάθε τελεία τοποθετούμε ένα φανταστικό έντομο - αράχνη που κινείται με άλματα και αφήνει ευθύ ίχνος - ιστό σε κάθε της άλμα.

Ας υποθέσουμε ότι κάθε αράχνη πηδάει όχι στην αμέσως επόμενη προς τα δεξιά της τελεία, αλλά στη δεύτερη. Στην τελεία δηλαδή που βρίσκεται δύο βήματα δεξιότερά της, σύμφωνα με τη φορά περιστροφής των δεικτών του ρολογιού.

Εδώ φαίνεται το σχήμα που θα προκύψει, από τα ίχνη τους.



Κάνοντας άλματα ενός τρίτου



Ολοκληρωμένο

Η Φυσιολογία των Μαθηματικών και τα Μαθηματικά της Φυσιολογίας

Σ. Παπαβασιλείου

Αναπλ. Καθηγητής Τμήματος Ιατρικής, Σχολής Επιστημών Υγείας Πανεπιστημίου Κρήτης

Η Ελληνική Μαθηματική Εταιρεία, μιά σεμνή, αυστηρή, και εργατική επιστημονική οργάνωση, με αξιοζήλευτες περγαμηνές(**), χρόνια τώρα πασχίζει να καλλιεργήση και να αναδείξη την κορωνίδα των επιστημών, τα μαθηματικά, στον Ελληνικό χώρο. Μου έκανε την υψίστη τιμή να με προσκαλέση να σας μιλήσω για την σχέση ανάμεσα στα μαθηματικά και την Ιατρική.

Αυτό οφείλεται στο γεγονός ότι υπηρετώ μεν την Ιατρική, αγαπώ δε τα μαθηματικά. Η Ιατρική μου προσφέρει την χαρά να απαλλάξω τους συνανθρώπους μου από τα προβλήματα της υγείας τους στο μέτρο του δυνατού και με διδάσκει να είμαι πολύ μετριοπαθής σ'αυτά που ισχυρίζομαι ότι γνωρίζω. Τα μαθηματικά με πηγαίνουν ως τα όρια του νοητού, αυτού που μπορεί με βεβαιότητα να αποδειχθή από τον ανθρώπινο νου. Είναι ένας όμορφος κόσμος με την έννοια της δωρικής λιτότητος όπως είχε πει ο Hilbert, μερικές φορές παράξενος, που με σαγηνεύει και με προσκαλεί να μείνω εκεί για πάντα, απαλλαγμένος από τις καθημερινές φροντίδες, τις αντιφάσεις και το ψεύδος, με το δέλεαρ της ανακάλυψης στην κάθε του γωνιά, με την αστραπή της έμπνευσης και τον ιδρώτα της απόδειξης να φωτίζουν και να δυναμώνουν τον νου, να προσφέρουν μία μοναχική διαίσθηση της αθανασίας. Αληθινή η απατηλή άραγε; Πως αποδεικνύεται κάτι τέτοιο;

Ακόμη και το αναπόφευκτο λάθος είναι διδακτικό. Στην χειρότερη περίπτωση υποδεικνύει ότι πήρα

(*) "Ομιλία προς τους επιτυχόντας εις τον διαγωνισμόν της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας εις το Ηράκλειον Κρήτης".

(**) [Σ.τ.Ε] Προφανώς ο καθηγητής κ. Παπαβασιλείου δεν οφείλει να γνωρίζει πόσο "σεμνή, αυστηρή και εργατική επιστημονική οργάνωση" είναι η Ε.Μ.Ε. Πιθανόν οι συνάδελφοι του Παραρτήματος του Ηρακλείου έχουν βοηθήσει την κοινωνία της πόλης και δικαιολογημένα για μια τέτοια αντίληψη. Συμβαίνει όμως το ίδιο και για τα "ανώτερα κλιμάκια"; Πολλοί (πάνω από το 80% των εγγεγραμμένων μελών της Ε.Μ.Ε.) θα είχαν επιφυλάξεις, τουλάχιστον για τη "σεμνότητα"....

Τι είναι τα Μαθηματικά;

Dr. Patrick D. Bangert

Μετάφραση* Βαρβάρα Λέρη

**** Με την άδεια του Dr. Patrick D. Bangert***

Οπότε, τι είναι τα μαθηματικά; ρώτησε ο ελαφρά μεθυσμένος άνδρας, που καθόταν στον πάγκο του μπαρ, τον διπλανό του· ο οποίος με αφέλεια είχε αποδεχτεί το ρόλο ενός μυστηριώδους, μυθικού πλάσματος, για το οποίο είχαν επινοηθεί ιστορίες από αυτές που αφηγούνται δίπλα στο τζάκι και διηγούνται οι ναυτικοί: του μαθηματικού. Μια λέξη που μπορείς να ψιθυρίσεις μόνο στο σκοτάδι, με φόβο μέσα στα μάτια σου και τρόμο στην καρδιά σου, μήπως και σε πλησιάσει με γρήγορα φτερουγίσματα κάποιο μέλος από αυτήν την αρχέγονη φυλή και σε εξαναγκάσει σε θάνατο από ανία, απαριθμώντας άγρια, εικασίες, προβλήματα ανείπωτης δυσκολίας και το χειρότερο, αναλύσεις του αξιώματος της επιλογής! Ο άνδρας στο μπαρ δεν είχε την παραμικρή ιδέα, του πόσο δυσάρεστη θα ήταν η απάντηση στο αδιάκριτο ερώτημά του. Πάρε μια βαθιά ανάσα, αγαπητέ αναγνώστη. Από τη στιγμή που θα διαβεί κάποιος τις πύλες των Μαθηματικών, δεν υπάρχει επιστροφή. Ίσως δελεαστείς, σκλαβωθείς, καταραμένος για πάντα, από μία γοητεία που κανένας παρά μόνο οι συνάδελφοί/ σύντροφοί σου μπορούν να αντιληφθούν ποτέ.

Ο παρών ερευνητής απεφάσισε να ρισκάρει και με αδιάφορο για τις συνέπειες αυθορμητισμό αποφάσισε να ερευνήσει την απάντηση στο ερώτημα. Καταμεσίς της νύχτας, κρυμμένα στις παραμυθένιες βελούδινες πτυχές του σκότους, τέθηκαν ερωτήματα σε πλήθος Μαθηματικών (σε 7705 μεμονωμένα άτομα και 2339 ιδρύματα), 247 από τα οποία απάντησαν. Μια από τις ερωτήσεις που τέθηκαν είναι: Πως θα ορίζατε τα "Μαθηματικά";

Το παρόν άρθρο είναι μια προσφορά στους γενναίους ανθρώπους που μου έγραψαν και σε όλους τους γονείς των μαθηματικών, που με ένα βλέμμα - ελαφράς-απελπισίας στα πρόσωπα τους θέλουν επιτέλους να ακούσουν μια απάντηση, μετά από τόσα πολλά χρόνια σιωπής, στην ερώτηση: "Με τι ασχολείσαι;" Ίσως τα σχόλια για την εύρεση μιας κανονικής δουλειάς σταματήσουν ή αποκτήσουν μεγαλύτερη σοβαρότητα. Ίσως έτσι κάποιος να μην δίνει τόσο προσοχή στο ποιοι θα είναι οι καρποί της δουλειάς του. Εάν είναι ευτυχισμένος στη ζωή του, και αγωνίζεται ανεξάρτητα από το αποτέλεσμα. Το γεγονός ότι δεν μπορούμε να γνωρίζουμε το αποτέλεσμα εάν δεν αγωνιστούμε γι' αυτό, θα παραμείνει ακριβώς όπως είναι, καταδικασμένο.

1 Works of Reference (Εργασίες Αναφοράς)

"Όλες αυτές οι δυσκολίες δεν είναι παρά επακόλουθα της άρνησης μας να δούμε ότι τα μαθηματικά δεν μπορούν να οριστούν χωρίς να αναγνωρίσουμε το πιο φανερό χαρακτηριστικό τους: ότι δηλαδή έχουν ενδιαφέρον."

M. Polanyi [1]

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΓΙΑ ΕΘΝΙΚΗ ΑΝΑΠΤΥΞΗ

Kaye Stacey

University of Melbourne

Μετάφραση (*): **Κων/νος Ευσταθίου**

(επί υποτροφία φοιτητής στο Boston College της Μασσαχουσέτης)

(*) Με την άδεια της Καθηγήτριας **Kaye Stacey**

Οι κοινωνίες και οι κυβερνήσεις όλου του κόσμου αναγνωρίζουν τη σημασία των Μαθηματικών για εθνική ανάπτυξη. Κατά τη διάρκεια του 20ου αιώνα, η συγκρότηση της κοινωνίας υποστηρίχθηκε όλο και περισσότερο από μαθηματικές ιδέες. Ως αποτέλεσμα, μια κύρια εξέλιξη στην μαθηματική Εκπαίδευση αυτού του αιώνα ήταν η αυξημένες γνώσεις μαθηματικών που όλοι οι πολίτες είναι αναγκαίο να έχουν. Στις αρχές του 19ου αιώνα, οι αρκετά μορφωμένοι άνθρωποι πιθανόν να ήξεραν αριθμητική και μέτρηση, όμως σήμερα μια βασική μαθηματική Εκπαίδευση περιλαμβάνει, επίσης, στοιχεία από την άλγεβρα, τη γεωμετρία καθώς και από τη στατιστική. Επιπρόσθετα, τα Μαθηματικά που χρειάζονται για τη σημερινή τεχνολογία έχουν επεκταθεί πολύ. Οι πρωτοπόροι της τεχνολογίας χρειάζονται μια μαθηματική Εκπαίδευση που να παίρνει υπόψιν και τις νέες χρήσεις των μαθηματικών στην επιστήμη και την τεχνολογία αλλά και τους νέους τρόπους που τα μαθηματικά μπορούν να εφαρμοστούν στην πληροφορική.

Στην κατεύθυνση αυτή θα χρησιμοποιήσω την Θεωρία Κωδίκων ως ένα παράδειγμα ενός πεδίου που νέες μαθηματικές ιδέες επηρεάζουν άμεσα την τεχνολογική ανάπτυξη. Το παράδειγμα δείχνει τους στενούς δεσμούς μεταξύ της εξέλιξης στην επιστήμη και την τεχνολογία και των σημερινών Μαθηματικών. Η ψηφιακή επανάσταση έχει "ψηφία", αριθμούς, τον πυρήνα των Μαθηματικών, στην καρδιά της. Θα δούμε πώς σημαντικές πρόοδοι στην ψηφιακή τεχνολογία, όπως η καθαρότητα μιας ψηφιακής τηλεφωνικής κλήσης ή της μουσικής από ένα CD εξαρτώνται από την ικανότητα υπολογισμού, με ψηφία, της μεταφερόμενης πληροφορίας. Ελπίζω πως όλες οι ομάδες του ακροατηρίου, καθηγητές Μαθηματικών, φυσικής και αυτοί που ενδιαφέρονται για την τεχνική εκπαίδευση θα βρούν κάτι ενδιαφέρον στην Θεωρία Κωδίκων. Επιπλέον, πολλές επιπτώσεις στην εκπαίδευση μπορούν να διαπιστωθούν από αυτό το παράδειγμα. Ο χρόνος μάς επιτρέπει να αναφερθούμε μόνο σε δύο:

ENTYPO:01.qxd 20/6/2010 6:37 ΙΙ Page 13

Ο Einstein ως εικόνα

Πως ο Einstein έγινε η προσωποποίηση της Φυσικής;

John D. Barrow
Καθηγητής Πανεπιστημίου Cambridge

Το παρόν άρθρο έχει μεταφραστεί με την άδεια του καθηγητή John D. Barrow.

Μετάφραση (απο το Nature 433,218-2198): ***Βιβή Μανωλοπούλου***
Επιστημονική Επιμέλεια: ***Ηλίας Κανδυλάκης***
Μαθηματικός – Θεωρ. Φυσικός, Ph. D. Παν/μίου Καρλσρούης

Η διασημότητα στο χώρο της επιστήμης διαθέτει την δική της σχετικότητα. Κάποιοι επιστήμονες εγκωμιάζονται από άλλους συγχρόνους τους, κάποιοι απολαμβάνουν της εκτίμησης των φοιτητών τους, ενώ άλλοι θεοποιούνται κυρίως από τον απλό κόσμο. Όμως ελάχιστοι καταφέρνουν να είναι διασημότητες για τον καθένα παντού και πάντα. Ο Αλμπερτ Αϊνστάιν το κατόρθωσε καθ' όλα. Οι διαφημιστές πρέπει να απελπίζονται για το ότι το πέτυχε στην προ - τηλεόρασης εποχή, χωρίς ατζέντη ή τη βοήθεια κάποιας εταιρίας δημοσίων σχέσεων. Δεν είχε καν δικτυακό τόπο. Αμφιβάλλω ακόμα αν, εκτός από μετρημένους στα δάχτυλα αναγνώστες του Nature, υπάρχουν άνθρωποι που έχουν έστω και κάποτε δει έγχρωμη φωτογραφία ή φιλμ για τον Αϊνστάιν, κι ακόμη λιγότεροι που ξέρουν πώς ηχούσε η φωνή του. Παρά ταύτα το πρόσωπό του έγινε εικόνα της σοφίας, της φαντασίας, της δημιουργικότητας και της συμπυκνωμένης νοητικής ισχύος. Το επώνυμο του του, έγινε τόσο απόλυτα συνώνυμο της λέξης μεγαλοφυία, ώστε και ο ίδιος ομολόγησε κάποτε: "Δεν είμαι και Αϊνστάιν."

Υπήρξαν σε κάθε εποχή επιστήμονες - διασημότητες. Ο Ισαάκ Νεύτων ήταν το στολίδι της εποχής του: ο κόσμος μιλούσε για αυτόν, τον κορόιδευε, επινοούσαν ακόμα και νευτώνεια μοντέλα διακυβέρνησης και ηθών. Όμως ο Νεύτωνας δεν έγινε ποτέ εικόνα. Παρέμεινε, αντίθετα, αυστηρός και απόμακρος. Τον 19ο αιώνα ο Δαρβίνος έγινε, με την βοήθεια του Thomas Huxley, ακούσια λαϊκός διανοούμενος. Αν και μακριά από την δημοσιότητα ο ίδιος, οι ιδέες του υπήρξαν το επίκεντρο μακροχρόνιων αντιπαραθέσεων με αντικείμενο την θρησκεία και την επιστήμη, την καταγωγή του ανθρώπινου είδους και την σχέση μας με πιο τριχωτά μέλη του ζωικού βασιλείου. Εν τέλει, το ενδιαφέρον, όσον αφορά το έργο του Δαρβίνου, είναι το γεγονός ότι ήταν πολύ καλά γνωστό σ'ένα ευρύ κοινό. Οι άνθρωποι νόμιζαν ότι μπορούσαν να καταλάβουν τι έλεγε. Ακριβώς εκεί εντοπιζόταν το πρόβλημα-καταλάβαιναν πολλά.

Ο Αϊνστάιν αποκατέστησε την πίστη στο ακατανόητο της επιστήμης. Όλοι ήξεραν ότι είχε κάνει κάτι πολύ σημαντικό το 1905 (και ξανά το 1915) αλλά σχεδόν κανείς δεν μπορούσε να σου πει τι ακριβώς ήταν αυτό. Ο Αϊνστάιν, δίνοντας συνέντευξη σε μια ολλανδική εφημερίδα στα 1921,

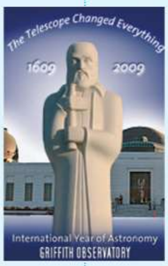
Περισσότερα στο 2ο τεύχος του "φ" (σελ. 206-208)

ΧΡΟΝΙΑ ΠΟΛΛΑ ΣΤΟ ΤΗΛΕΣΚΟΠΙΟ ΠΟΥ ΓΙΟΡΤΑΖΕΙ ΤΑ 400-στά ΤΟΥ ΓΕΝΕΘΛΙΑ

ANUM AZAM
News-Letter [16/4/2009] Johns Hopkins University

Μετάφραση(*): Δρ. Ηλίας Κανδυλάκης
(*) Με την άδεια του Anum Azam

Το τηλεσκόπιο έρχεται από μακρυά. Τα πρώτα τηλεσκόπια που δούλευαν, εφευρέθηκαν στις Κάτω Χώρες από τους κατασκευαστές γυαλιών οράσεως Hans Lippershey, Zacharias Janssen και Jakob Metins το 1608. Ο Γαλιλαίος άκουσε γι' αυτά και κατασκεύασε την δική του, πολύ πιο προχωρημένη εκδοχή, την επόμενη χρονιά. Ο Γαλιλαίος παίρνει τα πρωτεία διότι απευθύνθηκε στον λαό και παρουσίασε το πρωτότυπο στον Μεγάλο Μάγιστρο της Βενετίας.



Αυτά τα πρώτα τηλεσκόπια ήταν διαθλαστικά τηλεσκόπια. Χρησιμοποιούν το είδωλο με την βοήθεια ενός αντικειμενικού φακού, που συγκεντρώνει το φως που έρχεται από το αντικείμενο και εστιάζει τις ακτίνες. (Είναι ενδιαφέρον ότι η λέξη lens = φακός προέρχεται από την λατινική lentil = φακή λόγω του αμφίκυρτου σχήματος)

Ο σχεδιασμός του Γαλιλαίου περιλάμβανε έναν κυρτό αντικειμενικό φακό και έναν κοίλο προσοφθάλμιο φακό και μεγέθυνε αντικείμενα περίπου 30 φορές, αν και με παραμορφώσεις λόγω ατελειών των φακών. Αλλά ήταν αρκετά καλό για να μπορέσει να δει τους κρατήρες της Σελήνης και μερικά από τα φεγγάρια του Δία.

Σύντομα έγιναν φανερά τα πλεονεκτήματα της χρήσης παραβολικών κατόπτρων (= καθρεπτών) αντί αντικειμενικών φακών. Αυτή η βελτίωση ελλάτωσε την σφαιρική εκτροπή, η οποία παραμορφώνει το είδωλο σαν αποτέλεσμα της αυξανόμενης διάθλασης του φωτός όταν η ακτίνα φωτός χτυπάει έναν φακό. Η χρήση παραβολικών κατόπτρων αντί για φακούς επίσης εξάλειψε την χρωματική εκτροπή δηλαδή την αποτυχία του φακού να εστιάσει τα χρώματα σ' ένα σημείο.

Την δεκαετία του 1660 ο σερ Ισαάκ Νεύτων έγινε οπαδός της άποψης της χρήσης παραβολικών κατόπτρων και πρότεινε ότι η χρωματική εκτροπή συνέβαινε σαν αποτέλεσμα των διαφορετικών δεικτών διάθλασης στους φακούς για διαφορετικά μήκη κύματος του φωτός.

Συνακόλουθα εφηύρε το πρώτο ανακλαστικό τηλεσκόπιο, που χρησιμοποιούσε ένα κοίλο κάτοπτρο και ένα επίπεδο δευτερεύον κάτοπτρο, που ανακλούσε το είδωλο 90° προς το μάτι. Αυτό επίσης αποδείκνυε την θεωρία του περί φωτός και βοήθησε να γίνει μέλος της Βασιλικής Εταιρείας του Λονδίνου, που είναι ακόμα και σήμερα μεγάλη υπόθεση.

Τα ανακλαστικά τηλεσκόπια βοήθησαν πολύ την

Αξιολόγηση του μαθητή στα Μαθηματικά

Παρατηρήσεις και σχόλια πάνω στην σχολική πραγματικότητα

Σαλίχος Μιχάλης
Σχ. Σύμβουλος Μαθηματικών
Δρ Επιστημών Αγωγής, DEA Διδακτικής Μαθηματικών

Οι σκέψεις που ακολουθούν είναι βασισμένες σε σημειώσεις συζητήσεων με συναδέλφους καθηγητές Μαθηματικών. Παρακαλώ τον αναγνώστη να συγχωρήσει την επιγραμματικότητα του κειμένου.

Κάποιες γενικές ιδέες

Οι πληροφορίες που δίνουμε στους μαθητές και στους γονείς για την επίδοση των παιδιών τους μπορούν να παίξουν πολύ θετικό ή αρνητικό ρόλο. Μπορούν να τους αποθαρρύνουν, να τους αποπροσανατολίσουν ή και να τους φορτώσουν με ένα οικονομικό βάρος δυσβάσταχτο για πολλές οικογένειες. Μπορούν όμως και να ενθαρρύνουν τα παιδιά να δουλέψουν περισσότερο και κυρίως σωστά στα μαθηματικά. Να τα βοηθήσουν, αυτά, αλλά και τους ενήλικες που τα στηρίζουν, να συνειδητοποιήσουν τις αδυναμίες τους αλλά και το είδος της προσπάθειας που πρέπει να κάνουν.

Μια βασική παρατήρηση για την αξιολόγηση του μαθητή.

Πολλές φορές μετά από μια εκδρομή, όπου μπορέσαμε να συζητήσουμε πιο ελεύθερα και έξω από τις υποχρεώσεις της τάξης, αλλάζει η γνώμη μας για κάποιο μαθητή μας. Γιατί εκτιμήσαμε κάποια ενδιαφέροντα του, γιατί μάθαμε κάποια προβλήματα του ή ακόμα γιατί μας έπεισε ότι μπορεί να συνομιλεί μαζί μας "σαν μεγάλος".

Η αλλαγή της στάσης μας απέναντι σε έναν μαθητή μπορεί να είναι καθοριστική για αυτόν και να τον οδηγήσει σε άλλη αντιμετώπιση του μαθήματος. Αυτό γίνεται γιατί εγκαθίστανται κανάλια επικοινωνίας που δεν είχαν αξιοποιηθεί μέχρι εκείνη την στιγμή και τα οποία βοηθούν τα μηνύματα που θέλουμε να περάσουν.

Επομένως θα μπορούσαμε να πούμε ότι όλες οι πληροφορίες που έχουμε για έναν συγκεκριμένο μαθητή είναι σημαντικές. Οι βαθμοί της προηγούμενης χρονιάς, η συνολική απόδοση του στο σχολείο, οι δεξιότητες του, τα προβλήματα του κλπ. Πολλές φορές μέσα από γεγονότα, από ανεκδοτικού τύπbbbου υλικό, μπορούμε να βγάλουμε σημαντικά συμπεράσματα για την προσωπικότητα του τα οποία θα μας βοηθήσουν να τον προσεγγίσουμε καλύτερα.

Περισσότερα στο 1ο τεύχος του "φ" (σελ. 219-226)

ΣΤΟΝ ΔΡΟΜΟ ΠΡΟΣ ΤΟΥΣ ΛΟΓΑΡΙΘΜΟΥΣ

Ευάγγελος Ν. Παναγιώτου
M.sc στην Αλγεβρική Τοπολογία (Παν. Warwick)
M.sc στην Εκπαιδευτική Ερευνα (Ελεύθερο Παν. Βρυξελλών)
M.ed στη Διδακτική και Μεθοδολογία των Μαθ/κών (τμ. Μαθ/κών Παν.Αθηνών
Πειραματικό Λύκειο Βαρβακείου Σχολής Αθηνών

1.1 Πράξεις και Αριθμητικά Συστήματα

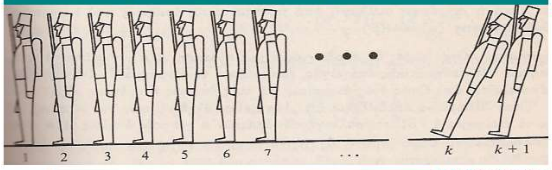
Σήμερα οι άνθρωποι γράφουν και μιλούν σε πολλές διαφορετικές γλώσσες, αλλά όλοι χρησιμοποιούν τα ίδια σύμβολα για τους αριθμούς καθώς και τις ίδιες υπολογιστικές μεθόδους. Το παγκόσμιο αυτό αριθμητικό σύστημα λέγεται ινδο-αραβικό. Οι σημερινοί μαθητές δεν μπορούν να εκτιμήσουν πόσο δύσκολο ήταν στο παρελθόν το πρόβλημα της εκτέλεσης των τεσσάρων πράξεων διότι διαθέτουν πλέον το κατάλληλο αριθμητικό σύστημα και τους γνωστούς αλγορίθμους για την εκτέλεση των τεσσάρων πράξεων. Αναγνωρίζουν, ίσως, ότι τίποτα δεν είναι πιο κοπιαστικό και ανιαρό στα μαθηματικά όσο η εκτέλεση πολλαπλασιασμών και διαιρέσεων με πολυψήφιους αριθμούς, όπως και η εξαγωγή τετραγωνικών και κυβικών ριζών, πράξεις που εκτός του ότι απαιτούν πολύ χρόνο, είναι εκτεθειμένες και στον κίνδυνο λαθών. Ωστόσο, οποιεσδήποτε πράξεις δεν είναι σοβαρό πρόβλημα όταν διαθέτει κανείς ένα κομπιουτεράκι. Αυτή η διαπίστωση παραπλανεί τους μαθητές και υπονομεύει την πραγματική κατανόηση του προβλήματος. Για να κατανοήσουν οι μαθητές το πρόβλημα και να μην υποβαθμίσουν τις επιτυχίες του παρελθόντος πρέπει να τους πάρουμε σε ένα φανταστικό ταξίδι στα χρόνια εκείνα που δημιουργήθηκαν οι πρώτοι πολιτισμοί.

Πως και πότε τα νέα σύμβολα των αριθμών μπήκαν για πρώτη φορά στην Ευρώπη δεν είναι γνωστό με βεβαιότητα. Το βιβλίο που άσκησε

την μεγαλύτερη επιρροή στη διάδοση της γνώσης και της χρήσης του ινδο-αραβικού συστήματος είναι το Liber abaci (Βιβλίο του άβακα) που έκανε την εμφάνισή του στην Ιταλία το 1202. Συγγραφέας του βιβλίου αυτού ήταν ο Leonardo Fibonacci (1175 – 1250), ο πιο ικανός μαθηματικός του

ENTYPO:01.qxd 20/6/2010 6:37 ΙΙ Page 14

Επαγωγική Συμπερασματολογία



Β.Ε. Βισκαδουράκης

Η εικόνα είναι από το κλασικό σύγγραμμα Calculus Τομ.1 του Tom Apostol

Ο ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ παραδοσιακά (;) ίσως λόγω της Ευκλείδειας κληρονομιάς έχει ουσιαστικά μονοπωλήσει το ενδιαφέρον και τις επιδιώξεις της Μαθηματικής Εκπαίδευσης. Τα αποτελέσματα όμως που αυτή πετυχαίνει δεν δικαιολογούν μια τέτοια εμμονή.
Άποψη του γράφοντος είναι ότι ο ΕΠΑΓΩΓΙΚΟΣ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΣ θα πρέπει να προηγείται του ΠΑΡΑΓΩΓΙΚΟΥ ΣΥΛΛΟΓΙΣΜΟΥ ή τουλάχιστον να συνυπάρχει με την ίδια βαρύτητα μ' αυτόν αν η ανατροπή είναι αδύνατη.
Το κείμενο που ακολουθεί είναι απόσπασμα από ανέκδοτη Διπλωματική Εργασία που εκπονήθηκε κατά τα έτη 1998 - 2002 στον Τομέα Διδακτικής του Τμήματος Μαθηματικών του Πανεπιστημίου Αθηνών.

Ο Pierce διακρίνει τρεις βασικούς τύπους λογικής συμπερασματολογίας: Την επαγωγή (induction), την παραγωγή (deduction) και την αναλογία (analogy).

Από τον B. Goertzel η επαγωγή ορίζεται ως η κατασκευή ενός συνεπούς μοντέλου του μέλλοντος, βασισμένη σε patterns παραδεκτά στο παρελθόν.

Η αναλογία χαρακτηρίζεται χοντρικά ως η επιχειρηματολογία του τύπου "όπου μια ομοιότητα έχει εμφανιστεί ψάξε για περισσότερες".

Η παραγωγή αναλύεται ως μια διαδικασία η οποία μπορεί μόνο να είναι χρήσιμη στη νόηση στο βαθμό που αυτή εκτυλίσσεται σύμφωνα με ένα αξιωματικό σύστημα το οποίο υπόκειται σε αναλογική επιχειρηματολογία. ([10] σελ. 5)

Γύρω από τη διερεύνηση των παραγωγικών συμπερασματικών διαδικασιών και τη μελέτη της δομής των αποδείξεων, περιστράφηκε αρκετή δημιουργική δουλειά του Αριστοτέλη στη λογική Τον απασχόλησαν βέβαια και οι επαγωγικές συμπερασματικές διαδικασίες και ήταν ενήμερος του μεγάλου ποιοτικού χάσματος ανάμεσα στα δύο αυτά είδη διαδικασιών. Ισχυριζόταν πως ενώ

Διδακτικές - Μαθησιακές Διαδρομές βασισμένες στη Δ² ιαφορά Τ² ετραγώνων δύο Φυσικών Αριθμών

Γιώργος Κόσυβας,
Δρ. Διδακτικής Μαθηματικών Βαρβάκειο Πειραματικό ΓΕΛ

Η βασική Θεωρία Αριθμών είναι η επιστήμη που ταιριάζει καλύτερα στη στοιχειώδη μαθηματική εκπαίδευση. Απαιτεί μόνο ελάχιστες προαπαιτούμενες γνώσεις και το αντικείμενο που πραγματεύεται είναι συγκεκριμένο και οικείο. Οι χρησιμοποιούμενες μέθοδοι συλλογισμού είναι απλές, γενικές και ποικίλες. Από τους διάφορους κλάδους των Μαθηματικών, είναι ο μοναδικός που εξάπτει την ανθρώπινη περιέργεια.

Hardy G. H.

Πρότεινα πολλές φορές στους μαθητές του Γυμνασίου και του Λυκείου να πραγματευτούν το ακόλουθο ανοιχτό πρόβλημα:

Εκφώνηση: **Ποιοι είναι οι θετικοί ακέραιοι αριθμοί που μπορούν να εκφραστούν με τη μορφή διαφοράς τετραγώνων δύο φυσικών αριθμών;**

Η έρευνα του εν λόγω προβλήματος φανερώνει τόσο στους μαθητές όσο και στο διδάσκοντα ενδιαφέροντα "αριθμητικά μυστικά" από τον μυστηριώδη κόσμο των αριθμών, που προκαλούν την περιέργεια και το θαυμασμό μας. Η παρούσα εργασία δεν αποτελεί μια πλήρη μελέτη του θέματος, το οποίο άλλωστε είναι πολυσύνθετο και πλούσιο: γι' αυτό ίσως μαγνήτισε το ερευνητικό ενδιαφέρον εξεχόντων μαθηματικών, μεταξύ των οποίων και του Fermat. Το δικό μας ενδιαφέρον για το θέμα είναι κατά βάση διδακτικής φύσης και εστιάζεται στη σχολική τάξη, και πιο συγκεκριμένα στην ενεργητική εμπλοκή των μαθητών στην αποδεικτική διαδικασία.
Όπως ίσως θα διαπιστώσετε, οι μαθησιακές δραστηριότητες που σκιαγραφούνται ανοίγουν δυνατότητες στους μαθητές να παρατηρήσουν αριθμητικές και γεωμετρικές κανονικότητες, να τις δοκιμάσουν, να τις μεταφράσουν στη γλώσσα των συμβόλων, να τις αιτιολογήσουν

δημιουργικές σελίδες ΑΝΑΛΥΣΗΣ

Επίλεκτα Παραδείγματα & Αντιπαραδείγματα για τη διδασκαλία εννοιών του Απειροστικού Λογισμού

Γιάννης Π. Πλατάρος

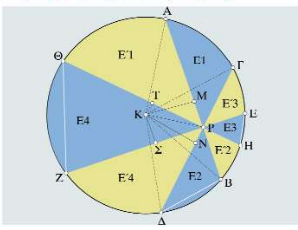
Εκτός από τις προτάσεις και τα θεωρήματα των Μαθηματικών, στα καλά διδακτικά βιβλία, υπάρχουν παράλληλα κάποιες παρατηρήσεις των συγγραφέων που τιτλοφορούνται είτε ως "Σχόλιο" είτε ως **"παρατήρηση"** είτε ως **"προσοχή!"** είτε ως **"επισήμανση"**. Όλες αυτές οι καταγραφές, είτε ως υποσημειώσεις στο περιθώριο της σελίδας, είτε ως σημειώσεις μέσα σε ξεχωριστό πλαίσιο για να δοθεί αναγκαία έμφαση, **διευκρινίζουν σκοτεινά σημεία της θεωρίας**, σημεία στα οποία **ο αναγνώστης εύκολα μπορεί να κάνει λάθος**, είτε **εύκολα να παρανοήσει**. Η εμπειρία του συγγραφέως, ο οποίος κατά κανόνα είναι και δάσκαλος των Μαθηματικών, του επιβάλλει να πει το κάτι παραπάνω, κάτι το εμφαντικό, αυτό που ίσως προλάβει ένα πιθανό λάθος, μια λανθασμένη νοητική εικόνα, καθοδηγούμενος από τις εμπειρίες τις προσωπικές του, των μαθητών του, αλλά και από την τεράστια βιβλιογραφία που έχει σχηματισθεί από συζητήσεις της μαθηματικής κοινότητας για **"συνήθη λάθη"**, **"συνήθεις παρανοήσεις"**, **γνωστά ιστορικά λάθη**, **"επιστημολογικά εμπόδια"** που κατά την διδασκαλία τα λέμε και **"διδακτικά εμπόδια"**.
Στην παρούσα εργασία παρουσιάζουμε επίλεκτα παραδείγματα που υπακούουν στα προηγούμενα και πιστεύουμε, ότι θα είναι χρήσιμα σε κάθε μαχόμενο συνάδελφο του πίνακα, έχοντάς τα ως άμεσα εφόδια απόδειξης (πειθούς) και πρόληψης λανθασμένων αντιλήψεων για βασικές έννοιες, κατά την διαδικασία δόμησης της γνώσης των μαθητών του.

δημιουργικές σελίδες ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Παν. Οικονομάκος
Μαθηματικός

Θεώρημα της πίτσας

Σε δοσμένο κύκλο (Κ,ρ) παίρνω ένα σημείο Ρ στο εσωτερικό του. Από το Ρ φέρνω τις χορδές ΑΒ, ΘΗ, ΖΕ, ΔΓ έτσι ώστε, γωνία ΑΡΘ= γωνία ΘΡΖ= γωνία ΖΡΔ= γωνία ΔΡΒ= γωνία ΒΡΗ= γωνία ΗΡΕ = $\frac{\pi}{4}$.
Να δειχθεί ότι $E_1 + E_2 + E_3 + E_4 = E'_1 + E'_2 + E'_3 + E'_4$



Σχήμα 1

Λήμμα 1: **Τα μέτρα των γωνιών ΒΡΔ, ΑΚΓ, ΒΚΔ, (σε ακτίνια) είναι φ,φ₁, φ₂ αντιστοίχως. Τα εμβαδά των ψευδοτομέων ΑΡΓ, ΒΡΔ, είναι E_1, E_2 αντιστοίχως. Από το σχήμα προκύπτει ότι:**

$$E_1 = {}_{\text{τομέας}}(\text{ΑΚΓ}) + {}_{\text{τρίγωνο}}(\text{ΓΚΡ}) - {}_{\text{τρίγωνο}}(\text{ΑΚΡ}) \qquad (1)$$

Επίσης $$E_2 = {}_{\text{τομέας}}(\text{ΒΚΔ}) + {}_{\text{τρίγωνο}}(\text{ΒΚΡ}) - {}_{\text{τρίγωνο}}(\text{ΔΚΡ}) \qquad (2)$$

Από τις (1) & (2) λαμβάνω:

Περισσότερα στο 2ο τεύχος του «φ» (σελ. 61-70)

δημιουργικές σελίδες ΓΕΩΜΕΤΡΙΑΣ

Ψαλιδοτομές

Δρ. Σάββας Πιπίνος

Εάν κόψουμε μια πολυγωνική επιφάνεια με ευθείες ψαλιδιές και επανακολλήσουμε τα κομμάτια μεταξύ τους με διαφορετικό τρόπο, τότε θα προκύψει μια νέα πολυγωνική επιφάνεια που θα έχει το ίδιο εμβαδόν με την πρώτη. Άραγε ισχύει και το αντίστροφο; Δηλαδή, αν μας δώσουν έτοιμες δύο πολυγωνικές επιφάνειες S και L με το ίδιο εμβαδόν, τότε υπάρχει άραγε πάντα τρόπος να ψαλιδίσουμε την S, να συνθέσουμε τα κομμάτια και να προκύψει η L; Σε αυτή τη μικρή πραγματεία θα αποδείξουμε ότι υπάρχει πάντα τρόπος. Θα υποδείξουμε μέσω της απόδειξης και μια μεθοδολογία. (Μάλιστα υπάρχουν πολλοί τρόποι).

Ορισμός

Έστω S, L δύο πολυγωνικές επιφάνειες. Τότε ορίζουμε την σχέση ισοδυναμίας S~L και λέμε ότι η S **μπορεί να κοπεί στην** L εάν υπάρχει ένας πεπερασμένος αριθμός ευθύγραμμων τομών της S έτσι ώστε τα κομμάτια που προκύπτουν να μπορούν να επανασυνδεθούν κατάλληλα και να προκύψει η L.
Αφήνουμε τον καλό μας αναγνώστη να διαπιστώσει μόνος γιατί η σχέση ~ είναι ανακλαστική, συμμετρική και μεταβατική. (το τελευταίο έχει ενδιαφέρον, σκεφτείτε το!)
Επίσης, είναι προφανές ότι αν S~L τότε οι S, L έχουν το ίδιο εμβαδόν. (Η επανασύνδεση γίνεται βέβαια χωρίς επικάλυψη. Επίσης, για ότι ακολουθεί, δεν αποκλείεται οι επιφάνειες να έχουν και τρύπες, οι οποίες δεν προσμετρούνται στο εμβαδόν φυσικά.)
Έτσι, το κυρίως θεώρημά μας θα λέει ότι οι S, L έχουν το ίδιο εμβαδόν αν και μόνον αν S~L.

Θα παράγουμε τώρα μια σειρά από Λήμματα που θα εξετάζουν απλούστερες περιπτώσεις και θα μας οδηγήσουν στο κυρίως Θεώρημα.

Ο αναγνώστης καλείται να προσπαθεί να αποδείξει τα Λήμματα μόνος του αμέσως μετά την εκφώνησή τους. Σας εγγυόμαστε ότι πραγματικά δεν είναι τόσο δύσκολο και αξίζει τον κόπο! (Ναι, μαθητή, και εσύ!)

Λήμμα 1.1

Έστω T τρίγωνο. Τότε T~P, για κάποιο παραλληλόγραμμο P.

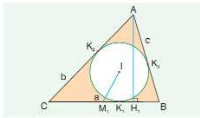
Για μια Αξιόλογη Ευθεία στο Τρίγωνο

Α. ΚΑΡΛΙΟΥΕΝΚΟ, Γ. ΦΙΛΙΠΠΟΒΣΚΙΙ
Μετάφραση(*): Διονύσης Γιάνναρος

(*) Με την άδεια της Συντακτικής Επιτροπής του ΚΒΑΝΤ

Για μια αξιόλογη ευθεία στο τρίγωνο

Έστω τρίγωνο ABC (Σχ. 1), I το έγκεντρό του δηλ. το κέντρο του εγγεγραμμένου κύκλου, K_1, K_2, K_3 τα σημεία επαφής του εγγεγραμμένου κύκλου με τις πλευρές, M_1 το μέσο της πλευράς ΒΓ, AH_1 το ύψος από την κορυφή Α. Θα δείξουμε, ότι η ευθεία M_1I (και επίσης οι δυο ανάλογες ευθείες, που συνδέουν τα μέσα των δύο άλλων πλευρών με το έγκεντρο) έχει σημαντικές ιδιότητες, που μας βοηθούν να λύσουμε μεγάλο πλήθος προβλημάτων. Γι' αυτές τις ιδιότητες και τις εφαρμογές τους θα μιλήσουμε.



Σχήμα 1

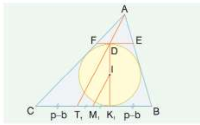
Ιδιότητες της ευθείας M_1I

Ιδιότητα 1

Οι ευθείες M_1I και AT_1, όπου T_1 το σημείο επαφής του παρεγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ABC στην πλευρά BC, είναι παράλληλες.

Απόδειξη

Έστω K_1D η διάμετρος του εγγεγραμμένου κύκλου στο $\hat{ABC}$ (Σχ. 2). Είναι φανερό, ότι η εφαπτομένη EF αυτού του κύκλου στο σημείο D είναι το σημείο επαφής του παρεγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου AEF με την πλευρά EF. Με τη σειρά του το T_1 είναι το σημείο επαφής του παρεγγεγραμμένου κύκλου του τριγώνου ABC με την πλευρά BC. Τα τρίγωνα AEF και ABC είναι ομοιόθετα με κέντρο ομοιοθεσίας το σημείο A. Επομένως τα A, D και T_1 είναι στην ίδια ευθεία. Επιπλέον $BK_1 = CT_1 = p - b$ όπου p η ημιπερίμετρος του τριγώνου (αποδείξτε το). Επομένως $T_1M_1 = M_1K_1$ και M_1I το τμήμα που συνδέει τα μέσα των πλευρών του $D\hat{K_1}T_1$. Άρα, είναι γνωστό: $M_1I \parallel AT_1$



Σχήμα 2

Ιδιότητα 2

Η ευθεία M_1I διχοτομεί το τμήμα AK_1.

Απόδειξη

Έστω ότι η ευθεία M_1I τέμνει το AK_1 στο σημείο N (Σχ. 3). Επειδή $M_1I \parallel AT_1$ και $M_1K_1 = T_1M_1$ τότε το M_1N είναι το τμήμα που συνδέει τα μέσα του $A\hat{K_1}T_1$ και από εδώ προκύπτει ότι: $AN = NK_1$

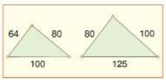
Παρατηρούμε ότι η ιδιότητα 2 είναι δυνατόν να αποδειχτεί με κομψό τρόπο με τη βοήθεια του Θεωρήματος Newton: «Όταν σε τετράπλευρο εγγράφει κύκλος, τότε το κέντρο του θα διχοτομεί την ευθεία που συνδέει τα μέσα των διαγωνιών του τετραπλεύρου».

Άνισα τρίγωνα με 5 κύρια στοιχεία ίσα !!!

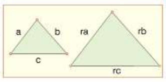
Λεωνίδας Σολακίδης

Ναι, είναι δυνατόν. Άς το μελετήσουμε:
Αρχικά παρατηρούμε ότι δύο άνισα τρίγωνα με πέντε από τα έξι κύρια στοιχεία τους ίσα, οπωσδήποτε θα έχουν και τις τρεις γωνίες μία προς μία ίσες. Άρα θα είναι όμοια. Επιπλέον δύο πλευρές του ενός τριγώνου θα είναι ίσες με δύο πλευρές του άλλου τριγώνου. Όχι όμως αντίστοιχες.

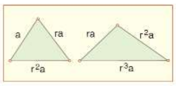
Παράδειγμα:



Έστω τώρα τα τρίγωνα:



Έχουν τις τρεις γωνίες τους αντίστοιχα ίσες, επομένως είναι όμοια με λόγο ομοιότητας $r > 1$. Επιπλέον $b = ra$ και $c = rb = r^2a$. Έτσι έχουμε:



Από την τριγωνική ανισότητα έχουμε:

$$\left.\begin{array}{l} a+ra>r^2a \\ ra+r^2a>a \\ r^2a+a>ra \end{array}\right\} \Rightarrow \left.\begin{array}{l} 1+r>r^2 \\ r+r^2>1 \\ r^2+1>r \end{array}\right\}.$$

Επειδή $r>1 \Rightarrow r^2>r>1$, οι δύο τελευταίες σχέσεις ισχύουν, επομένως έχουμε το σύστημα:

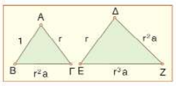
$$\left.\begin{array}{l} 1+r>r^2 \\ r>1 \end{array}\right\} \to \left.\begin{array}{l} -\dfrac{1}{\phi}<r<\phi \\ r>1 \end{array}\right\} \to 1<r<\phi,$$

όπου $\phi = \dfrac{1+\sqrt{5}}{2} \simeq 1{,}618$ η θετική ρίζα της εξίσωσης της χρυσής τομής $x^2 - x - 1 = 0$.

Έτσι οι τιμές που μπορεί να πάρει ο r είναι τέτοιες ώστε: $1 < r < 1{,}618$.

Το παραπάνω παράδειγμα προέκυψε για $\alpha = 64$ και $r = \dfrac{5}{4}$.

Από το νόμο των συνημιτόνων μπορούμε να υπολογίσουμε τα συνημίτονα των γωνιών συναρτήσει των πλευρών:



$$\text{συν}A = \frac{-r^4+r^2+1}{2r}$$

$$\text{συν}B = \frac{r^4-r^2+1}{2r^2}$$

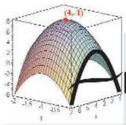
$$\text{συν}\Gamma = \frac{r^4+r^2-1}{2r^3}$$

$$\text{συν}\Delta = \frac{r^2\left(-r^4+r^2+1\right)}{r^2.2r} = \frac{-r^4+r^2+1}{2r}$$

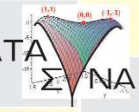
$$\text{συν}E = \frac{r^2\left(r^4-r^2+1\right)}{r^2.2r^2} = \frac{r^4-r^2+1}{2r^2}$$

$$\text{συν}Z = \frac{r^2\left(r^4+r^2-1\right)}{r^2.2r^3} = \frac{r^4+r^2-1}{2r^3}$$

Έτσι έχουμε $\hat{A} = \hat{\Delta}, \hat{B} = \hat{\Delta}, \hat{B} = \hat{E}, \hat{\Gamma} = \hat{Z}, A\Gamma = \Delta E = r$ και $B\Gamma = \Delta Z = r^2$, αλλά τα τρίγωνα ΑΒΓ και τα ΔΕΖ δεν είναι ίσα!!!



ΑΚΡΟΤΑΤΑ ΣΥΝΑΡΤΗΣΕΩΝ ΠΟΛΛΩΝ ΜΕΤΑΒΛΗΤΩΝ



Γ. Τσαπακίδης

*Είναι σχετικά εύκολο να προσδιορίσουμε τα ακρότατα μιας συνάρτησης μιας μεταβλητής με τη βοήθεια των παραγώγων.
Τα πράγματα δυσκολεύουν κατά πολύ, όταν θελήσουμε να βρούμε τα ακρότατα μιας συνάρτησης πολλών μεταβλητών στο πλαίσιο των στοιχειωδών μαθηματικών.
Στο άρθρο αυτό θα προσπαθήσουμε να ανιχνεύσουμε μεθόδους που θα μας βοηθήσουν στον προσδιορισμό των ακροτάτων τέτοιων συναρτήσεων.*

1. ΠΡΟΒΛΗΜΑ:

Αν το άθροισμα τριών θετικών αριθμών είναι 6, τότε ποια είναι η μέγιστη τιμή του γινομένου τους;

Κατανόηση

x, y, z θετικοί
$x + y + z = 6$
max(xyz) = ;

Ανάλυση

Θέλουμε να βρούμε τη μέγιστη τιμή του xyz, δηλαδή να δείξουμε ότι $xyz \geq \alpha$ (όπου α σταθερός αριθμός, άγνωστος προς στιγμήν) και ότι υπάρχουν τιμές x_0, y_0, z_0 των x, y, z αντίστοιχα ώστε:

$$x_0y_0z_0 = \alpha$$

Ο μόνος σταθερός αριθμός του προβλήματος είναι ο , επομένως πρέπει να συνδέσουμε τις ποσότητες και xyz με μια ανισότητα.
Υπάρχει τέτοια ανισότητα;
Ναι. Η ανισότητα αριθμητικού - γεωμετρικού μέσου.

ΛΥΣΗ

Έστω x, y, z θετικοί αριθμοί, με $x + y + z = 6$

Είναι: $\dfrac{x+y+z}{3} \geq \sqrt[3]{xyz} \Leftrightarrow \dfrac{6}{3} \geq \sqrt[3]{xyz} \Leftrightarrow xyz \leq 8$

Το = ισχύει όταν $x = y = z$, οπότε
$x + y + z = 6 \Leftrightarrow x = y = z = 2$

Άρα $\max(xyz) = 8$, για $x = y = z = 2$

Παρατηρήσεις

α)
- Το πρώτο βασικό βήμα για τη λύση ενός προβλήματος είναι η ΚΑΤΑΝΟΗΣΗ του, δηλαδή ο διαχωρισμός των δεδομένων από τα ζητούμενα του προβλήματος.
- Η ΑΝΑΛΥΣΗ του προβλήματος είναι οι σκέψεις που κάνουμε και τα ερωτήματα που θέτουμε για να οδηγηθούμε στη λύση.
- Η ΛΥΣΗ είναι η πλήρης μαθηματική διατύπωση της απάντησης στο πρόβλημα (είναι το τυπικό μέρος της απάντησης στο πρόβλημα, είναι αυτό που πρέ-πει κάθε εξεταζόμενος να παρουσιάσει στο γραπτό του).

ENTYPO:01.qxd 20/6/2010 6:38 ΜΜ Page 16

Η Εφαπτομένη σε Σημείο της Γραφικής Παράστασης Συνάρτησης

Δημήτρης Α. Ντρίζος
Σχολικός Σύμβουλος Μαθηματικών

ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Ένα από τα δύο κομβικά ερευνητικά προβλήματα που οι συστηματικές προσπάθειες για την επίλυσή τους αποτέλεσαν το έναυσμα για την ταχεία εξέλιξη (και κατ' άλλους την δημιουργία) του Απειροστικού Λογισμού (:Κλασσικής Ανάλυσης) ήταν το πρόβλημα του προσδιορισμού της εφαπτομένης ευθείας σε δεδομένο σημείο μιας καμπύλης(1). Οι πρώτες πλέον γόνιμες ιδέες για την επίλυση του εν λόγω προβλήματος διατυπώθηκαν και δημοσιεύτηκαν, κυρίως, κατά το δεύτερο(2) μισό του 17ου αιώνα από τους μεγαλοφυείς Isaac Barrow, Isaac Newton και Gottfried Wilhelm Leibniz. Βέβαια, έως και εκείνη τη χρονική περίοδο(3), το πρόβλημα της εφαπτομένης σε σημείο μιας καμπύλης ήταν διαφορετικό από αυτό που έχουμε κατά νου σήμερα. Εστιάζονταν, κυρίως, στη γεωμετρική κατασκευή της εφαπτομένης ευθείας, επηρεασμένοι ακόμη, από τις κατευθυντήριες ιδέες του Αρχιμήδη που χαρακτηρίζονταν από τη στατική αντίληψη για την έννοια της εφαπτομένης σε σημείο μιας καμπύλης με ομαλή συμπεριφορά (όπως ο κύκλος και οι κωνικές τομές). Έως τις αρχές του17ου αιώνα, ορίζουν ως εφαπτομένη την ευθεία που εγγίζει την καμπύλη σ' ένα σημείο, χωρίς να διαπερνά την καμπύλη. Εξαίρεση αποτελεί το παράδειγμα της εφαπτομένης της

(1) Το δεύτερο πρόβλημα ήταν ο προσδιορισμός της στιγμιαίας ταχύτητας και επιτάχυνσης κινητού σημείου (Με το πρόβλημα αυτό ασχολήθηκε κυρίως ο Isaac Newton).

(2) Στο πρώτο μισό του 17ου αιώνα, λύση στο πρόβλημα της γεωμετρικής κατασκευής της εφαπτομένης ευθείας σε σημείο μιας ομαλής καμπύλης δόθηκε και από τους Torricelli και Pierre de Fermat. Ο πρώτος, το 1644, θεώρησε την καμπύλη ως την τροχιά ενός κινουμένου σημείου, η κίνηση του οποίου ήταν αποτέλεσμα δύο απλούστερων κινήσεων με γνωστές τις κατευθύνσεις και τα μέτρα των ταχυτήτων τους. Με εφαρμογή του νόμου του παραλληλογράμμου εύρισκε την κατεύθυνση της συνισταμένης κίνησης η οποία ήταν και η κατεύθυνση της εφαπτομένης της καμπύλης στο σημείο που ήθελε. Ο δεύτερος, που μας είναι σήμερα γνωστός από το ομώνυμο θεώρημά του περί των ακροτάτων, έλυσε το πρόβλημα της χάραξης της εφαπτομένης με τη συμβολή των απειροστών και της μεθόδου του με την οποία έβρισκε τα μέγιστα και ελάχιστα (Στο μέσον περίπου του 17ου αιώνα οι μαθηματικοί είχαν κατανοήσει ότι στις ομαλές καμπύλες, τα σημεία των ακροτάτων βρίσκονταν με τον μηδενισμό της κλίσης της εφαπτομένης στα σημεία αυτά).

(3) Είναι απαραίτητο να επισημάνουμε εδώ ότι, τη συγκεκριμένη χρονική περίοδο οι έννοιες της παραγώγου και του ολοκληρώματος ορίζονται ασαφώς και γίνονται αντιληπτές μόνον διαισθητικά. Δεν είχε διαμορφωθεί ακόμη η έννοια της συνάρτησης και βεβαίως, δεν γίνεται λόγος για ορισμούς του ορίου και της συνέχειας, χωρίς την εμπλοκή της εποπτείας που εδράζεται στη Γεωμετρία και τη Φυσική. Τότε (17ος αιώνας), από τους Descartes και Fermat, επιτεύχθηκε για πρώτη φορά και η αλγεβροποίηση της Γεωμετρίας (αφετηρία για την βαθμιαία ανάπτυξη της Αναλυτικής Γεωμετρίας), η οποία επέτρεπε πλέον, κατά έναν τρόπο γενικό, και τη συστηματική μελέτη καμπυλών πέραν των κωνικών τομών.

Στρατηγικές Λύσης Προβλημάτων στην Ανάλυση

Κώστας Θ. Αναγνώστου

Α. ΕΙΣΑΓΩΓΗ

Κεντρικός στόχος αυτού του άρθρου είναι να παρουσιάσει στρατηγικές λύσης προβλημάτων που αναπτύχθηκαν μέσα από διδασκαλία της Ανάλυσης στη Γ' Λυκείου τα τελευταία 25 χρόνια αλλά και από τη συμμετοχή στη βαθμολόγηση των γραπτών δοκιμίων των Πανελλαδικών Εξετάσεων ως βαθμολογητής ή συντονιστής των βαθμολογητών.

Την συσσωρευμένη αυτή εμπειρία θέλω να μοιραστώ με τους συναδέλφους και τους μαθητές γιατί κατά τη γνώμη μου μπορεί να βοηθήσει στην παραπέρα εμβάθυνση και κατανόηση των εννοιών της Ανάλυσης.

Οι προτεινόμενες στρατηγικές είναι αποτέλεσμα μελέτης, συζήτησης αλλά και αντιπαράθεσης πολλές φορές με τους μαθητές στην τάξη.

Β. ΔΟΜΗ ΤΟΥ ΑΡΘΡΟΥ

α) Ξεκινάμε από ένα γενικό πρόβλημα.
β) Λίνουμε το θεωρητικό πλαίσιο.
γ) Επινοούμε τη διαδικασία μέσα από την οποία λύνουμε το πρόβλημα.

Περίπτωση 1η:

Να βρεθεί άγνωστη συνάρτηση από μερικές πληροφορίες που μπορούν να εκφραστούν σε μορφή σχέσης που θα περιέχει τουλάχιστον μία από τις παραγώγους της άγνωστης συνάρτησης.

Βασικές προτάσεις

1) Αν $f'(x)=g'(x)$, $\forall x$, $x\in\Delta$, Δ διάστημα, τότε $f(x)=g(x)+c$, $x\in\Delta$
2) Αν $f'(x)=f(x)$, $\forall x$, $x\in\Delta$, τότε $f(x)=ce^x$
3) Αν $f'(x)=g(x)$, $x\in\Lambda$, τότε $f(x)=\int g(x)dx$, $x\in\Lambda$

Θέματα Εισαγωγικών Εξετάσεων για το Κρατικό Πανεπιστήμιο Μ.Β. Λομονόσοφ της Μόσχας

Μετάφραση - Παρουσίαση
Διονύσης Γιάνναρος

Κρατικό Πανεπιστήμιο Μόσχας Μ.Β. ΛΟΜΟΝΟΣΟΦ
Γραπτές Εξετάσεις 2006
ΟΛΥΜΠΙΑΔΑ "ΛΟΜΟΝΟΣΟΦ 2006"

1. Να υπολογίσετε τον: $\log_4\log_2\underbrace{\sqrt{\sqrt{\ldots\sqrt{16}}}}_{40}$

2. Τι είναι μεγαλύτερο: Η $\varepsilon\varphi\frac{11\pi}{6}$ ή η μικρότερη ρίζα του τριωνύμου: $11x^2-17x-13$;

3. Να λύσετε την εξίσωση:
$$\sigma\upsilon\nu\left(x^2+x\right)+\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{2\pi}{3}\right)+\sigma\upsilon\nu\left(x+\frac{4\pi}{3}\right)=0$$

4. Τα σημεία A, B και C είναι συνευθειακά. Το τμήμα AB είναι διάμετρος ενός κύκλου, και το τμήμα BC είναι διάμετρος δεύτερου κύκλου. Ευθεία που διέρχεται από το σημείο A, τέμνει τον πρώτο κύκλο στο σημείο D και εφάπτεται στο δεύτερο κύκλο στο σημείο E. Είναι γνωστό ότι: BD = 9, BE = 12.
Να βρείτε τις ακτίνες των κύκλων.

5. Από το σημείο A προς το σημείο B στις 8:00 αναχώρησε ποδηλάτης και ύστερα από κάποιο χρόνο από το σημείο B προς το σημείο A αναχώρησε ένας πεζός. Ο ποδηλάτης έφτασε στο B ύστερα από 6 ώρες μετά την αναχώρηση από εκεί του πεζού. Ο πεζός έφτασε στο A στις 17:00 της ίδιας μέρας. Οι ταχύτητες ποδηλάτη και πεζού είναι σταθερές. Σε ποιο τμήμα του δρόμου AB, ήταν ο ποδηλάτης όταν συνάντησε τον πεζό;

6. Να λύσετε την ανίσωση:
$$\sqrt{4-x}-2\le x\cdot|x-3|+4x$$

7. Να βρείτε όλες τις τιμές της παραμέτρου α, για κάθε μία από τις οποίες η εξίσωση:
$$\sigma\upsilon\nu 2x-2\alpha\cdot\eta\mu x-|2\alpha-1|+2=0$$
έχει λύσεις και όλες οι θετικές της λύσεις να σχηματίζουν αριθμητική πρόοδο.

8. Σε τριγωνική πυραμίδα SABC η ακμή SA είναι κάθετη στο επίπεδο ABC, $S\widehat{C}B=90°$,

Θέματα Εισαγωγικών Εξετάσεων στο Εθνικό Πανεπιστήμιο του ΑΝΟΪ Έτος 1999

Παρουσίαση: **Β.Ε. Βισκαδουράκης**

Το Βιετνάμ (αυτή η πολύπαθη χώρα) όπως θα έχουν προσέξει πολλοί που παρακολουθούν τα των Διεθνών Ολυμπιακών Διαγωνισμών, για πολλά χρόνια τώρα κατακτά σταθερά μία από τις πρώτες θέσεις στη Διεθνή Μαθηματική Ολυμπιάδα. Το γεγονός δεν είναι τυχαίο, είναι φυσική συνέχεια μιας μαζικής Μαθηματικής Παιδείας στην οποία το Βιετνάμ φαίνεται να ρίχνει μεγάλο βάρος, θεωρώντας την βασικό μοχλό ανάπτυξης της χώρας.

Το επίπεδο, το εύρος και η φιλοσοφία των Μαθηματικών της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης στο Βιετνάμ μπορεί ο έμπειρος συνάδελφος - αναγνώστης να το εκτιμήσει από τα θέματα που ακολουθούν. Πρόκειται για τα Θέματα Εισαγωγικών Εξετάσεων για το Πανεπιστήμιο του Ανόι το έτος 1999.

Η διάρκεια της εξέτασης είναι τρίωρη και οι υποψήφιοι καλούνται να απαντήσουν υποχρεωτικά σε 4 θέματα όλοι, και σε ένα επιπλέον, ανάλογα με το Αναλυτικό Πρόγραμμα που έχουν παρακολουθήσει.

Α. Υποχρεωτικό Μέρος

I. Δίνεται η συνάρτηση $y=\frac{x^2-(m+1)-m^2+4m-2}{x-1}$

1. Να βρείτε το m έτσι ώστε η συνάρτηση να έχει μέγιστο και ελάχιστο. Βρείτε το m έτσι ώστε το γινόμενο του μέγιστου με το ελάχιστο να παίρνει την ελάχιστη τιμή του.

2. Σχεδιάστε το διάγραμμα της συνάρτησης όταν m = 0.

II. 1. Δείξετε ότι για κάθε m, το σύστημα των εξισώσεων:
$$\begin{cases}x+xy+y=2m+1\\ xy(x+y)=m^2+m\end{cases}$$ έχει λύσεις.

Βρείτε το m έτσι ώστε το σύστημα να έχει μοναδική λύση.

2. Βρείτε το m έτσι ώστε η ανίσωση:
$$2^{\eta\mu^2 x}+3^{\sigma\upsilon\nu^2 x}\ge m\cdot 3^{\eta\mu^2 x}$$ να έχει λύσεις.

Κατάθεση ιδεών μέσα από ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

Τα τελευταία χρόνια έχει καθιερωθεί, τα πάσης φύσεως βοηθήματα στα Μαθηματικά (αλλά και σε άλλα μαθήματα), να προτείνουν και μια σειρά από διαγωνίσματα για βοήθεια στο έργο του καθηγητή. Δεν είναι σπάνιες οι καλές ιδέες που μπορεί κανείς να εντοπίσει σ' αυτά. Συχνά όμως πρόκειται για μια απλή παράταξη ερωτημάτων χωρίς δομή και συνοχή, χωρίς επιστημολογικό υπόβαθρο και στόχους, που εξαντλείται στη μορφολογική απομίμηση των θεμάτων των Γεν. Εξετάσεων (ακολουθώντας προφανώς πιστά τις ντιρεκτίβες του Π.Ι.) και στην "κατάλληλη" μοριοδότηση για να προκύπτει πάντα το γνωστό 100άρι.

Παρ' όλα αυτά είναι σίγουρο πως πολλοί συνάδελφοι χρησιμοποιούν και αξιοποιούν κατά την κρίση τους αυτό το υλικό πετυχαίνοντας πολλές φορές αξιόλογες συνθέσεις. Αυτή η πλευρά της δουλειάς των συναδέλφων πιστεύουμε πως μπορεί να υπηρετηθεί με την παρουσίαση των παρακάτω διαγωνισμάτων που τουλάχιστον έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι πραγματικά και δοκιμασμένα και μάλιστα σε σχολεία και περιοχές πολύ διαφορετικές μεταξύ τους. Ας πούμε πως μ' αυτά τα δεδομένα η παρούσα στήλη αποτελεί ένα σημείο συνάντησης, ένα βήμα διαλόγου, ένα βήμα επικοινωνίας των ιδεών μας και των αντιλήψεων μας όπως αυτές συμπυκνώνονται ή αναδύονται μέσα από τα διαγωνίσματα μας.

Βέβαια για τον αναγνώστη - συνάδελφο μια αναφορά στο πνεύμα και τους στόχους των διαγωνισμάτων καθώς και ένα στατιστικό με τα αντίστοιχα σχόλια των υπογραφόντων τα διαγωνίσματα συναδέλφων, θα

Κατάθεση ιδεών μέσα από ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

Αγαπητέ Βασίλη,

στέλνω στο "φ" μερικά θέματα Μαθηματικών Γυμνασίου των τελευταίων ετών, μαζί με στατιστικά ιστογράμματα των επιδόσεων των μαθητών διαφορετικών σχολείων σε αυτά τα θέματα. Παρατηρώντας τα ιστογράμματα αυτά διαπιστώνει κανείς ότι η κατανομή όχι μόνο δεν είναι κανονική, αλλά τείνει να γίνει ... αντικανονική. Αυτό οφείλεται στο ότι τα θέματα δεν επελέγησαν για να ταξινομήσουν σε σειρά τους μαθητές, αλλά εξυπηρετώντας άλλες προτεραιότητες: Π.χ. το κριτήριο επιλογής θεμάτων για την Α΄ Γυμνασίου ήταν **το τι θα ήταν χρησιμότερο να γνωρίζει η πλειοψηφία των μαθητών από την εξεταστέα ύλη.** Επέλεξα, λοιπόν, ασκήσεις που να αφορούν πράξεις, να ελέγχουν τη γνώση χρήσης ποσοστών και τον υπολογισμό του εμβαδού μιας επιφάνειας.

Συνοδεύω τα θέματα με μερικές σκέψεις για την αξία δημοσίευσης θεμάτων ενδοσχολικών εξετάσεων.

Η δημοσίευση θεμάτων εξετάσεων διαφορετικών τάξεων, σχολείων, διαφορετικών δημιουργών, καθώς και διαφορετικών γεωγραφικών περιοχών έχει αξία. Γιατί μπορεί κανείς να διαπιστώσει την οπτική γωνία με την οποία οι διδάσκοντες επιλέγουν τα θέματα, όπως και σημαντικές μεταβολές στο περιεχόμενο των θεμάτων, έστω και στην ίδια ύλη, με το πέρασμα του χρόνου.

Τα θέματα των εξετάσεων πρέπει να αντανακλούν την ιδιαιτερότητα της διδασκαλίας κάθε διδάσκοντα και να λαμβάνουν υπόψη τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της τάξης. Άρα, είναι προφανές ότι απ' αυτές τις συλλογές θεμάτων μπορούν να γεννηθούν ιδέες, όμως, σε καμμιά περίπτωση δεν πρέπει να δίνονται αυτούσιες από έναν αναγνώστη καθηγητή στις εξετάσεις του σχολείου του. Θέματα που παίζουν σημαντικό ρόλο στην αξιολόγηση και στην ανατροφοδότηση σε ένα σχολείο, μπορεί να είναι από αδιάφορα έως καταστροφικά σε ένα άλλο.

Παρατηρούμε ότι όπου είναι πολλοί οι θεματοδότες, πολλές φορές τα θέματα είναι αποτέλεσμα συγκρούσεων, διαφορετικών απόψεων και συμβιβασμών, άρα δίχως προσωπικότητα, σαφώς προβλέψιμα, και με αμφίβολη παιδαγωγική και χρηστική αξία.

Η σχετικά αυξημένη ελευθερία μεθόδων διδασκαλίας και αξιολόγησης και η προσαρμοστικότητα στις ιδιαίτερες συνθήκες της τάξης είναι η ουσιαστική διαφορά της διδακτικής διαδικασίας στο Γυμνάσιο σε σχέση με την τυποποιημένη διαδικασία του Λυκείου, που αποσκοπεί στην προετοιμασία-προπόνηση των μαθητών εν όψει των γενικών εισαγωγικών εξετάσεων.

Η υποκειμενική κρίση του διδάσκοντα είναι ο πιο σημαντικός παράγοντας που σχετίζεται με την επιλογή των θεμάτων. Θεωρούμε δεδομένο ότι οι αναγνώστες του "φ" συναισθάνονται, εξ' ορισμού, την ευθύνη της διαδικασίας αυτής, γι' αυτό, εξάλλου διαβάζουν τώρα αυτή τη στήλη...

Γιώργος Ρίζος,
Κέρκυρα

ΘΕΜΑ 3ο: Να δείξετε ότι αν τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ έχουν $\hat{A} = \hat{A}'$, $υ_α = υ_α'$ και $υ_β = υ_β'$ είναι ίσα.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4ο: Στο τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΓ > ΑΒ) η ΑΔ είναι διχοτόμος της $\hat{A}$. Φέρνουμε το ΒΕ⊥ΑΔ που τέμνει την ΑΓ στο Ζ. Αν Μ το μέσο της ΒΓ να δείξετε ότι:

Α. το $\overset{\triangle}{ABZ}$ είναι ισοσκελές,

Β. $EM = \frac{AΓ - AB}{2}$,

Γ. $Δ\hat{E}M = \frac{\hat{A}}{2}$

Μονάδες 7 + 11 + 7

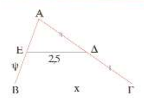
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Μουσικό Λύκειο Σερρών

Τάξη Α΄

Διδάσκ.: **Σοφία Ανδριοπούλου - Αλιπράντη**

ΘΕΜΑ 1ο:



α. Να δείξετε ότι:
Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

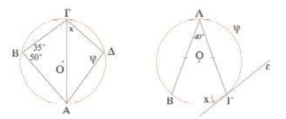
(Μον. 20)

β. Στο διπλανό σχήμα να υπολογιστούν τα x και ψ αν ΕΔ//ΒΓ.

(Μον. 5)

ΘΕΜΑ 2ο:

α. Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να βρείτε τα x και ψ.
(Η ευθεία ε είναι εφαπτομένη στον κύκλο)



β. Να αποδειχθεί ότι κάθε ισοσκελές τραπέζιο είναι εγγράψιμο.

(Μον. 15)

ΘΕΜΑ 3ο: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και η διχοτόμος του ΒΔ. Από το Δ φέρνουμε ΔΕ⊥ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ.
Να δείξετε ότι ΒΖ = ΒΓ.

(Μον. 25)

ΘΕΜΑ 4ο: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{A} = 90^\circ$) και το ύψος του ΑΔ.

α. Αν Ε, Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ, να αποδείξετε ότι ΕΔΖ = Α = 90°.

(Μον. 15)

β. Αν Μ είναι μέσο της ΕΖ, να αποδείξετε ότι $ΔM = \frac{BΓ}{4}$.

(Μον. 10)

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΙΩΝΙΔΕΙΟΥ ΣΧΟΛΗΣ ΠΕΙΡΑΙΑ

2ωρο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1ου ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Τάξη Α΄ – Τμήμα 2ο

11/12/2003

Διδάσκων: **Β. Ε. Βισκαδουράκης**

Α΄ ΟΜΑΔΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο:

α. Πόσων μοιρών είναι η γωνία που σχηματίζουν οι διχοτόμοι δύο εφεξείς παραπληρωματικών γωνιών; Παρουσιάστε σχηματικά την απάντησή σας, χωρίς να κάνετε απόδειξη.

[8 μονάδες]

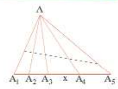
β. Να βρείτε τις γωνίες φ, x, y, ω αν έχουν άθροισμα μία πλήρη γωνία και ικανοποιούν τις σχέσεις: $\frac{φ}{x} = \frac{y}{x} = \frac{y}{ω} = \frac{1}{2}$.

[8 μονάδες]

γ. Πόσων μοιρών γωνία σχηματίζουν οι δείκτες του ρολογιού σας στις 7 ακριβώς και πόσων στις 7 και 20΄;

[9 μονάδες]

ΘΕΜΑ 2ο:



α. Πόσα τρίγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα; Με βάση ποιο στοιχείο τους τα καταμετράτε; Αν στη βάση αντί 5 σημεία, είχαμε 100, πόσα θα ήταν τα τρίγωνα;

β. Να βρείτε σε ποιο πολύγωνο ο συνολικός αριθμός πλευρών και διαγωνίων του, ισούται με 190.

[12 + 13 μονάδες]

Μαθηματικοί Κύκλοι και Ολυμπιάδες

Το MSRI(*) θέτει το ερώτημα: Έχουν ωριμάσει τα πράγματα στις Ηνωμένες Πολιτείες;

Dr. James Tanton

Μετάφραση(*): **Β.Ε. Βισκαδουράκης**

(*) Με την άδεια του Dr. James Tanton

Η λίστα των προγραμμάτων που στοχεύουν στην παροχή πλούσιας Μαθηματικής Εμπειρίας σε μαθητές Γυμνασίου και Λυκείου συνεχώς αυξάνει στις Η.Π.Α. Προγράμματα όπως ο "Κύκλος Μαθηματικών του Μπέρκλεϋ", ο "Κύκλος Μαθηματικών του Αγίου Ιωσήφ", ο "Κύκλος Μαθηματικών της Βοστώνης" έχουν θριαμβεύσει. Μια πληθώρα θερινών μαθηματικών κατασκηνώσεων απ' άκρου σ' άκρον της χώρας πραγματοποιούνται κάθε καλοκαίρι, και η συμμετοχή των μαθητών σε τοπικούς, περιφερειακούς, εθνικούς και διεθνείς Μαθηματικούς Διαγωνισμούς είναι σημαντική. Προφανώς υπάρχει "κάτι" σοβαρό και σημαντικό που αντιμετωπίζεται και προωθείται από αυτά τα προγράμματα, έστω κι αν αυτό το "κάτι" δεν είναι εύκολο να προσδιοριστεί. Παρ' όλ' αυτά είναι προκλητικό και συναρπαστικό.

Το Δεκέμβρη (14 - 18) του 2004, το MSRI έκανε το τολμηρό βήμα, να συγκεντρώσει σ' ένα Συνέδριο πάνω από 100 ανθρώπους με ισχυρά ενδιαφέροντα γύρω από αυτά τα προγράμματα και αφοσιωμένους στον ευρύτερο κοινό στόχο να μοιραστούν τη χαρά των Καθαρών Μαθηματικών.

Το συνέδριο οργανώθηκε από τον Hugo Rossi, Αναπληρωτή Διευθυντή του MSRI, την Tatiana Shubin από το Πολιτειακό Πανεπιστήμιο του San Jose, την Zvezdelina Stankova από το Mills College της Καλιφόρνια και τον Paul Zeitz από το Πανεπιστήμιο του San Fransisco. Το Συνέδριο αυτό με τίτλο "Conference on Math Circles and Olympiads" συγκέντρωσε εκπαιδευτικούς, ερευνητές, ανθρώπους από τη μέση εκπαίδευση και το χώρο των Κολλεγίων, εστίασε στις ερωτήσεις: "Τί κάνουμε;" και "Που πάμε;" και πρότεινε συγκεκριμένα βήματα για την ενθάρρυνση του διαλόγου και την κατανομή των πόρων. Το MSRI, μετά απ' αυτό προγραμματίζει να εγκαθιδρύσει ένα μόνιμο εθνικό δίκτυο εκπαιδευτών/ερευνητών που θα ασχολούνται με το θέμα.

Ένας από τους βασικούς σκοπούς αυτού του Συνεδρίου ήταν να "φέρει αυτές τις κοινότητες σε επαφή, για να αρχίσει μια μεταξύ τους αλληλεπίδραση" έγραφε ο Hugo Rossi. Και φαίνεται πως η έννοια "Μαθηματικός Κύκλος" αποτέλεσε κομβικό σημείο για το διάλογο. Ποιά εναλλακτική, ως προς τους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς και τις Μαθηματικές

* MSRI: Mathematical Sciences Research Institute

Καλοκαιρινό Πρόγραμμα Μαθηματικών "Arnold Efraim Ross" Ohio State University

Παρουσίαση: **Β. Ε. Βισκαδουράκης**

Στο προηγούμενο (4ο) τεύχος του "φ" στις ΔΙΚΤΥΟΕΠΙΛΟΓΕΣ, είχε γίνει μία σύντομη παρουσίαση του προγράμματος Ross για καθηγητές.

Στο παρόν τεύχος αφού γίνει μία σύντομη παρουσίαση του Προγράμματος Ross για μαθητές, θα παρατεθούν τα θέματα, που βάσει των απαντήσεών τους έγινε η επιλογή των (ταλαντούχων) μαθητών που παρακολούθησαν το πρόγραμμα Ross το καλοκαίρι του 2007.

Το Πρόγραμμα λοιπόν Ross για ταλαντούχους στα Μαθηματικά μαθητές (Λυκείου) ξεκίνησε το 1957 (πριν την εκτόξευση του Sputnik) στο Πανεπιστήμιο Notre-Dame όπου ήταν (ήδη από το 1946) Πρόεδρος του Μαθηματικού Τμήματος ο Arnold Ephaim Ross. Ποιος ήταν όμως ο Arnold Ross;

*Ο **Arnold Ross** το τελευταίο καλοκαίρι που δίδαξε σε ηλικία 94 ετών.*

Παιδί εβραϊκής οικογένειας, μεταναστών από την Ουκρανία στις ΗΠΑ, γεννήθηκε στο Σικάγο (24 Αυγούστου 1906).

Λόγω οικονομικών δυσκολιών της οικογένειας, (ο πατέρας μηχανολόγος μηχανικός - άνεργος και η μητέρα φυσιοθεραπεύτρια), η μητέρα του αποφάσισε το 1909 να γυρίσει πίσω στην Οδησσό όπου ζούσε η ευρύτερη οικογένειά της παίρνοντας μαζί και τον 3χρονο γιο της.

Παρά τις οικονομικές δυσκολίες, η μητέρα φρόντισε να έχει ο γιος της από πολύ νωρίς όσο καλύτερη μόρφωση μπορούσε.

Σημαντική ήταν και η βοήθεια ενός θείου, γιατρού-ακτινολόγου, του Ross, ο οποίος εξασφάλισε για τον γιο του και τον Ross μία υψηλού επιπέδου μαθηματική παιδεία με τη βοήθεια ενός εμπνευσμένου καθηγητή Μαθηματικών την εποχή εκείνη στην Οδησσό, του S.O. Shatunovsky, ο οποίος τελικά, παρά τα εμπόδια λόγω της εβραϊκής του καταγωγής έγινε και καθηγητής στο Πανεπιστήμιο της Οδησσού.

Το 1922, μετά από τεράστιες δυσκολίες, ο Ross (όντας γεννημένος στις ΗΠΑ και έχοντας Αμερικανική υπηκοότητα) κατάφερε να επιστρέψει στο Σικάγο με σκοπό να κάνει το όνειρό του πραγματικότητα: Να σπουδάσει Μαθηματικά.

Μη έχοντας όμως φαίνεται καθόλου καλές σχέσεις με τον πατέρα του, δεν έμεινε μαζί του ούτε μία εβδομάδα, όπως ο ίδιος ο Ross αναφέρει.

Έτσι αναγκάστηκε από την ηλικία των 16-17 χρονών να δουλέψει σκληρά σε βιβλιοδετείο με εξουθενωτικά ωράρια (ακόμα και συνεχόμενα 24ωρα, πέφτοντας λιπόθυμος από την εξάντληση κάποια φορά στο δρόμο όπου τον περιέθαλψαν περαστικοί) για να μπορέσει να εξοικονομήσει τα δίδακτρα που χρειαζόταν για να φοιτήσει στο Πανεπιστήμιο του Σικάγου. Εκεί (μετά από παρότρυνση καθηγητή του από το Γυμνάσιο στην Οδησσό) αναζήτησε τον καθηγητή και πρόεδρο του Μαθηματικού Τμήματος E.H. Moore, ο

Μαθηματικές Ολυμπιάδες για τα Δημόσια Σχολεία στη Βραζιλία

Suely Druck(*) και Michel Spira(**)

Μετάφραση (με την άδεια των συγγραφέων): **Όλγα Βισκαδουράκη**

1. Εισαγωγή

Υπάρχουν πολλά θέματα που εμπλέκονται στη διδασκαλία των Μαθηματικών σε νέα παιδιά, αλλά σίγουρα το πιο σημαντικό είναι να εγείρεις το ενδιαφέρον των μαθητών για το αντικείμενο. Όπου υπάρχει ενδιαφέρον, φυσική περιέργεια κατάλληλα τροφοδοτούμενη και φροντιζόμενη, γίνεται δουλειά.

Διαφορετικά, όπως γνωρίζουμε δυστυχώς πολύ καλά, τα Μαθηματικά καταλήγουν να είναι ένα μάθημα φορτισμένο με υπερβολική τυπολατρεία, γεμάτο αλγόριθμους και ιδέες που κάποιος δεν καταλαβαίνει. Είναι πολύ εύκολο ένας μαθητής να μετατραπεί στον τύπο μαθητή που σιχαίνεται τα Μαθηματικά ή τουλάχιστον δεν τα καταλαβαίνει. Ακολούθως θα περιγράψουμε ένα project που στόχος του είναι να προσεγγίσουμε όλα τα παιδιά απ' την 6η τάξη και πάνω (ηλικία 11 και άνω) των δημόσιων σχολείων της Βραζιλίας και να τα κάνουμε να απολαμβάνουν τα Μαθηματικά.

Είμαστε αρκετά κοντά στην επίτευξη του στόχου μας, όπως δείχνει ο ακόλουθος πίνακας. Ο αριθμός των σχολείων και των μαθητών στη γραμμή "number", αναφέρεται σε αυτούς που μπορούν να πάρουν μέρος στο project OBMEP, ενώ οι δήμοι περιλαμβάνονται όλοι. Για να φτάσουμε σε αυτούς τους αριθμούς πρέπει να συνυπολογίσουμε και ότι ακολουθεί: πρέπει να αναφερθεί ότι η Βραζιλία είναι μια χώρα του τρίτου κόσμου με διαστάσεις τεράστιες (ηπείρου), με όλα τα συνεπακόλουθα προβλήματα επικοινωνίας. Σημειώνουμε επίσης ότι αυτοί που έδωσαν εξετάσεις το 2008, αντιπροσωπεύουν περίπου το 10% του πληθυσμού της χώρας. Με όλα τα ακόλουθα προβλήματα σε πόρους και επικοινωνίας.

	Σχολεία	Μαθητές	Δήμοι
αριθμός	55949	±24000000	5564
2005	31030 (55,5%)	10520830 (55,5%)	5198 (93,5%)
2006	32655 (58,4%)	14181705 (59,1%)	5259 (94,5%)
2007	38450 (68,7%)	17341732 (72,3%)	5461 (98,1%)
2008	40377 (72,2%)	18317779 (76,3%)	5493 (98,7%)

Τελειώνοντας την εισαγωγή, κάνουμε μια αναφορά στο σύστημα των δημόσιων σχολείων της Βραζιλίας. Αυτά κατατάσσονται σε 3 κύριες κατηγορίες: ομοσπονδιακά (κυρίως στρατιωτικά και τεχνικά σχολεία), κρατικά και δημοτικά. Τα ομοσπονδιακά σχολεία δεν είναι σημαντικά από άποψη αριθμών· παρά ταύτα οι καλύτεροι πόροι και το επίπεδο διδασκαλίας και μάθησης τα ξεχωρίζουν

ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΙ ∞ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΟΙ

Σκέψεις - Ερωτήματα - Απαντήσεις - Προτάσεις και Πολύ Διδακτικό Υλικό ...

Β.Ε. Βισκαδουράκης

Τα τελευταία χρόνια διαπιστώνεται μια αυξητική τάση συμμετοχής των μαθητών (κυρίως του Γυμνασίου) στους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς που διοργανώνει κάθε χρόνο η Ε.Μ.Ε. Ίσως η κοινωνία (ή τουλάχιστον κάποια κοινωνικά στρώματα) έχουν κατανοήσει τον κυρίαρχο ρόλο των Μαθηματικών στην εποχή μας, με αποτέλεσμα να προσανατολίζει και να ωθεί τη μαθητική νεολαία προς την κατεύθυνση του Μαραθώνιου Δρόμου των Μαθηματικών Διαγωνισμών.

Αυτός ο δρόμος για πολλούς μαθητές συχνά αποδεικνύεται τραχύς και δύσβατος. Πολλοί απογοητεύονται από την πρώτη κιόλας εμπειρία τους, με αποτέλεσμα να απομακρύνονται απ' αυτό το δύσκολο μέν αλλά και με εξαιρετικές προκλήσεις δρόμο. Για τη στάση αυτή οι μαθητές ελάχιστα ευθύνονται. Ο Μαραθώνιος είναι πολύ απαιτητικό άθλημα για να τα καταφέρει κανείς να τερματίσει χωρίς προηγουμένως να έχει συστηματικά και "επί μακρώ" προετοιμαστεί. Δεν είναι τυχαίο το γεγονός ότι κάθε χρόνο οι διακρινόμενοι μαθητές στους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς προέρχονται στην πλειοψηφία τους από ένα πολύ μικρό αριθμό ακριβοπληρωμένων Ιδιωτικών Σχολείων των Βορείων Προαστίων τη Αθήνας και της Θεσσαλονίκης.

Για παράδειγμα, στο Διαγωνισμό "Ευκλείδη" του σχολικού έτους 2001 – 02 από το σύνολο των προκριθέντων μαθητών της Αττικής, για τον τελικό Διαγωνισμό – Εθνική Μαθηματική Ολυμπιάδα "Αρχιμήδης", το 68% προέρχονται από αυτά τα Σχολεία και το υπόλοιπο 32% από όλα τα Δημόσια Σχολεία ολόκληρης της Αττικής. Το γεγονός αυτό σίγουρα δεν έχει μονοσήμαντη ερμηνεία. Είναι πάντως γνωστό ότι σε κάποια από τα εν λόγω

ENTYPO:01.qxd 20/6/2010 6:39 ΜΜ Page 19

1. Βρείτε τους φυσικούς αριθμούς α, β αν ισχύουν οι ισότητες:
   (i) $(5-\alpha)\cdot(\beta-3)-12$
   (ii) $(5-\alpha)\cdot(\beta:3)=12$

2. Βρείτε τους φυσικούς α, β, γ αν ισχύει η ισότητα:
$$\alpha[5+3\beta+\gamma\cdot(34-28)]=5$$

3. Το πλάτος ενός ορθογωνίου είναι 4 μονάδες, το μήκος του είναι $(2x+2)$ μονάδες και το εμβαδόν του είναι 48 τετραγωνικές μονάδες. Πόσο είναι το x;

4. Βρείτε την τιμή του x αν $3^{x+2}=3^x+216$.

5. Βρείτε όλα τα ζεύγη φυσικών αριθμών α και β που ικανοποιούν τις σχέσεις:
$$6<2+\alpha-\beta \text{ και } 6<\alpha<10.$$

※※※※※※※※※※※※※※※※※

6. Πόσοι είναι όλοι οι διψήφιοι αριθμοί;
   (i) Πόσοι απ' αυτούς έχουν ίδια και τα δύο τους ψηφία;
   (ii) Πόσοι διαφορετικά και τα δύο τους ψηφία;
   (iii) Απαντήστε στα ίδια ερωτήματα για τριψήφιους.

7. Ποιος είναι ο μικρότερος και ποιος ο μεγαλύτερος ακέραιος που μπορείτε να γράψετε με δύο μόνο ψηφία;

8. Ένας ασθενής παίρνει ένα χάπι κάθε 6 ώρες. Σε πόσες ώρες θα πάρει 12 χάπια;

9. Πόσοι ακέραιοι αριθμοί υπάρχουν μεταξύ του –2000 και του 2000;. Πόσα ψηφία χρειάζονται για να γραφτούν;

Περισσότερα (συνολικά 193 προβλήματα) δείτε στο 1ο τεύχος του "φ" (σελ. 135-149)

10. Πόσα ψηφία θα χρειαστεί ο Δήμος σας για να αριθμήσει όλα τα σπίτια ενός δρόμου αν είναι συνολικά 150;

11. Ένας τυπογράφος χρειάστηκε 4221 ψηφία για την αρίθμηση των σελίδων ενός βιβλίου. Πόσες σελίδες είχε αυτό το βιβλίο;

12. Βάλε τα ψηφία 2,4,6 στην κατάλληλη θέση ώστε να ισχύει η ανισότητα:
$$0,\square > 0,\square\square$$

※※※※※※※※※※※※※※※※※

13. Βρείτε τρεις διαδοχικούς φυσικούς με άθροισμα 159.

14. Γράψτε τον αριθμό 2002 σαν άθροισμα 13 διαδοχικών φυσικών.

15. Υπάρχουν 10 φυσικοί αριθμοί με άθροισμα 45; Αν ναι ποιοί είναι αυτοί;

16. Υπάρχουν 14 διαδοχικοί φυσικοί αριθμοί με άθροισμα 91; αν ναι ποιοι είναι αυτοί;

17. Να εξετάσετε αν ο αριθμός 3^{2001} μπορεί να γραφεί σαν άθροισμα 3 διαδοχικών φυσικών.

※※※※※※※※※※※※※※※※※

18. Ποια είναι η μεγαλύτερη δυνατή τιμή γραμματοσήμου που δεν μπορεί να πληρωθεί με νομίσματα αξίας 2 και 5 Ευρώ και μόνο;

19. Πώς μπορούμε να μετρήσουμε 9 λεπτά με τη βοήθεια μιας κλεψύδρας των 5 και μιάς των 7 λεπτών;

20. Έχουμε στη διάθεση μας κλεψύδρα των 4 και 7 λεπτών (όσες χρειάζονται από το κάθε

[Σ.τ.Ε.] Στο 1ο τεύχος του «φ» είχαμε δημοσιεύσει δύο συλλογές προβλημάτων για Μαθηματικούς Διαγωνισμούς με το σκεπτικό να θέσουμε στη διάθεση των συναδέλφων που θα ήθελαν να λειτουργήσουν τμήματα Προετοιμασίας για Μαθηματικούς Διαγωνισμούς, ένα υλικό όχι εξεζητημένο, δομημένο με τρόπο εύχρηστο για αποτελεσματική χρήση, ικανό να καλύψει ένα εξάμηνο τέτοιας προσπάθειας. Τα προβλήματα που απευθύνονται σε μικρούς μαθητές δεν παρουσιάζουν δυσκολίες. Το ίδιο και πολλά από τα υπόλοιπα για μεγάλους μαθητές. Ωστόσο οι λύσεις τους για πολλούς είναι επιθυμητή. Λίγο ο χρόνος και πολύ ο χώρος δεν μας επέτρεψαν να συμπεριλάβουμε περισσότερες λύσεις. Ωστόσο στα επόμενα τεύχη θα επανέλθουμε. Μέχρι τότε η στήλη περιμένει και τις δικές σας λύσεις.

Θέματα Αλγεβρικού Λογισμού

1. Ο $A=\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}$ είναι ρητός;

Έχω $A^3=\sqrt{5}+2-3\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)^2\cdot(\sqrt{5}-2)}+3\sqrt[3]{(\sqrt{5}+2)\cdot(\sqrt{5}-2)^2}-\sqrt{5}+2\Rightarrow$

$$A^3=4-3\left(\sqrt[3]{\sqrt{5}+2}-\sqrt[3]{\sqrt{5}-2}\right)\Rightarrow A^3=4-3A\Rightarrow A^3+3A-4=0\Rightarrow A^3+4A-A-4=0$$

$$A(A+1)\cdot(A-1)+4(A-1)=0\Rightarrow(A-1)\cdot(A^2+A+4)=0\Leftrightarrow A=1 \text{ ρητός.}$$

2. Στο θέμα αυτό υπάρχει τυπογραφική αβλεψία, η σωστή διατύπωση είναι: "Αν α, β, γ, δ θετικοί ακέραιοι για τους οποίους ισχύει: $\frac{\alpha}{\gamma}=\frac{\beta}{\delta}=\frac{\alpha\beta+1}{\gamma\delta+1}$, να δειχτεί ότι θα είναι: $\alpha=\gamma$ και $\beta=\delta$".

Λύση

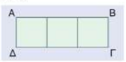
$$\left.\begin{array}{l}\text{Έχω: } \dfrac{\alpha}{\gamma}=\dfrac{\alpha\beta+1}{\gamma\delta+1}\Leftrightarrow \alpha\gamma\delta+\alpha=\alpha\beta\gamma+\gamma \\ \text{και } \dfrac{\beta}{\delta}=\dfrac{\alpha\beta+1}{\gamma\delta+1}\Leftrightarrow \beta\gamma\delta+\beta=\alpha\beta\delta+\delta\end{array}\right\}\Leftrightarrow\begin{Bmatrix}\alpha\gamma(\delta-\beta)=\gamma-\alpha \\ \beta\delta(\gamma-\alpha)=\delta-\beta\end{Bmatrix}\Leftrightarrow$$

$$\Leftrightarrow \alpha\beta\gamma\delta(\delta-\beta)\cdot(\gamma-\alpha)=(\gamma-\alpha)(\delta-\beta)\Leftrightarrow(\gamma-\alpha)(\delta-\beta)\cdot(\alpha\beta\gamma\delta-1)=0\Leftrightarrow$$

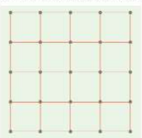
Β. Ε. Βισκαδουράκης

1. Οι τριψήφιοι αριθμοί $\overline{\alpha\beta\gamma}$ και $\overline{\varepsilon\zeta\eta}$ έχουν άθροισμα 1000. Δηλαδή
$$\begin{array}{r}\alpha\beta\gamma\\ +\varepsilon\zeta\eta\\ \hline 1000\end{array}$$
Μπορείτε να βρείτε το άθροισμα των ψηφίων τους $\alpha+\beta+\gamma+\delta+\varepsilon+\zeta+\eta$;

2. Το ορθογώνιο ΑΒΓΔ του διπλανού σχήματος, αποτελείται από τρία τετράγωνα και έχει περίμετρο 40cm. Μπορείτε να βρείτε το εμβαδόν του;



3. Ο Γιώργος για να φτιάξει το διπλανό 4x4 πλέγμα, χρησιμοποίησε 40 σπίρτα. Πόσα θα χρειαστεί για να φτιάξει ένα πλέγμα 10x10;



4. Μπορείτε να βρείτε πόσοι αριθμοί (τριψήφιοι) μεταξύ του 100 και του 999 είναι τέτοιοι ώστε το γινόμενο του ψηφίου των μονάδων με το ψηφίο των δεκάδων, να είναι ίσο με το ψηφίο των εκατοντάδων;

5. Ένας αριθμός που διαβάζεται είτε από αριστερά προς τα δεξιά είτε αντίστροφα και δεν αλλάζει λέγεται "παλινδρομικός" (π.χ. 2552, 1441 κ.τ.λ.).
Μπορείτε να βρείτε πόσοι "παλινδρομικοί" αριθμοί υπάρχουν μεταξύ του 2009 και του 3009;

6. Ένας ακέραιος θα λέγεται "φθίνων" αν κάθε ψηφίο του είναι μικρότερο από το προηγούμενό του (διαβάζοντάς τα από αριστερά προς τα δεξιά, π.χ. 96431).
Μπορείτε να βρείτε πόσοι "φθίνοντες" αριθμοί υπάρχουν μεταξύ του 2009 και του 3009;

7. Οι αριθμοί όπως το 4, το 8, το 25, το 27 κ.τ.λ. είναι τέλειες δυνάμεις αφού:
$$4=2^2,\ 8=2^3,\ 25=5^2,\ 27=3^3 \text{ κ.τ.λ.}$$

14η Βαλκανική Μαθηματική Ολυμπιάδα

(Καλαμπάκα 1997)

Μια μικρή αναδρομή στο παρελθόν με πολυσήμαντα μηνύματα - υποθήκες για το παρόν και το μέλλον των Μαθηματικών Διαγωνισμών στην Ελλάδα

Παρουσίαση: Β.Ε Βισκαδουράκης

Τα τελευταία χρόνια έχουν γραφτεί πολλά και έχουν ακουστεί περισσότερα για την εγγυρότητα και την αξιοπιστία των Μαθηματικών Διαγωνισμών "Θαλής", "Ευκλείδης" και "Αρχιμήδης" που διεξάγονται κάθε χρόνο στη χώρα μας με την ευθύνη της Ελληνικής Μαθηματικής Εταιρείας. Πόσα απ' όσα γράφτηκαν και ειπώθηκαν είναι αληθινά και πόσα όχι, μόνο οι άμεσα εμπλεκόμενοι μπορούν να γνωρίζουν. Γεγονός όμως είναι ότι σε πολλά μυαλά διαγωνιζόμενων παιδιών, γονιών και συναδέλφων, έχουν εγκατασταθεί ερωτηματικά που δύσκολα μπορούν να βρουν ποτέ απάντηση.

Σκοπός του παρόντος σημειώματος δεν είναι να επαναλάβει τα ερωτηματικά αυτά. Πολλά εξ' άλλου, κατά τη γνώμη του γραφόντος, από τα δημιουργηθέντα μέχρι τώρα προβλήματα, δεν οφείλονται κατ' ανάγκη σε "ίντριγκες" και "πονηριές", αλλά στην προχειρότητα με την οποία η Ε.Μ.Ε. αντιμετωπίζει πολλές φορές το θέμα των Επιτροπών των Μαθηματικών Διαγωνισμών αλλά και των Διαγωνισμών καθ' αυτών.

Έτσι, η συνείδηση και η συναίσθηση ευθύνης των μελών των Επιτροπών αυτών αναδεικνύεται ακρογωνιαίος λίθος για την μη απαξίωση του θεσμού των Μαθηματικών Διαγωνισμών στη χώρα μας.

Κορυφαία έκφραση υπευθυνότητας και ανταπόκρισης σε τέτοιου είδους καθήκοντα στην πρόσφατη Ιστορία της Ε.Μ.Ε., ήταν πιστεύουμε η δουλειά της 3-μελούς Επιτροπής Προεπιλογής Θεμάτων στην 14η Βαλκανιάδα που έγινε στη χώρα μας (Καλαμπάκα) το 1997.

Πρόεδρος της Επιτροπής αυτής ήταν ο Γιώργος Ευαγγελόπουλος.

Δικηγόρος και πολιτικός επιστήμονας που ασχολείται με τα Μαθηματικά και

Κατάθεση ιδεών μέσα από ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

Τα τελευταία χρόνια έχει καθιερωθεί, τα πάσης φύσεως βοηθήματα στα Μαθηματικά (αλλά και σε άλλα μαθήματα), να προτείνουν και μια σειρά από διαγωνίσματα για βοήθεια στο έργο του καθηγητή. Δεν είναι σπάνιες οι καλές ιδέες που μπορεί κανείς να εντοπίσει σ' αυτά. Συχνά όμως πρόκειται για μια απλή παράταξη ερωτημάτων χωρίς δομή και συνοχή, χωρίς επιστημολογικό υπόβαθρο και στόχους, που εξαντλείται στη μορφολογική απομίμηση των θεμάτων των Γεν. Εξετάσεων (ακολουθώντας προφανώς πιστά τις ντιρεκτίβες του Π.Ι.) και στην "κατάλληλη" μοριοδότηση για να προκύπτει πάντα το γνωστό 100άρι.

Παρ' όλα αυτά είναι σίγουρο πως πολλοί συνάδελφοι χρησιμοποιούν και αξιοποιούν κατά την κρίση τους αυτό το υλικό πετυχαίνοντας πολλές φορές αξιόλογες συνθέσεις. Αυτή η πλευρά της δουλειάς των συναδέλφων πιστεύουμε πως μπορεί να υπηρετηθεί με την παρουσίαση των παρακάτω διαγωνισμάτων που τουλάχιστον έχουν το πλεονέκτημα ότι είναι πραγματικά και δοκιμασμένα και μάλιστα σε σχολεία και περιοχές πολύ διαφορετικές μεταξύ τους. Ας πούμε πως μ' αυτά τα δεδομένα η παρούσα στήλη αποτελεί ένα σημείο συνάντησης, ένα βήμα διαλόγου, ένα βήμα επικοινωνίας των ιδεών μας και των αντιλήψεων μας όπως αυτές συμπυκνώνονται ή αναδύονται μέσα από τα διαγωνίσματα μας.

Βέβαια για τον αναγνώστη - συνάδελφο μια αναφορά στο πνεύμα και τους στόχους των διαγωνισμάτων καθώς και ένα στατιστικό με τα αντίστοιχα σχόλια των υπογραφόντων τα διαγωνίσματα συναδέλφων, θα

Κατάθεση ιδεών μέσα από ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ

Αγαπητέ Βασίλη,

στέλνω στο "φ" μερικά θέματα Μαθηματικών Γυμνασίου των τελευταίων ετών, μαζί με στατιστικά ιστογράμματα των επιδόσεων των μαθητών διαφορετικών σχολείων σε αυτά τα θέματα. Παρατηρώντας τα ιστογράμματα αυτά διαπιστώνει κανείς ότι η κατανομή όχι μόνο δεν είναι κανονική, αλλά τείνει να γίνει ... αντικανονική. Αυτό οφείλεται στο ότι τα θέματα δεν επελέγησαν για να ταξινομήσουν σε σειρά τους μαθητές, αλλά εξυπηρετώντας άλλες προτεραιότητες: Π.χ. το κριτήριο επιλογής θεμάτων για την Α΄ Γυμ-νασίου ήταν **το τι θα ήταν χρησιμότερο να γνωρίζει η πλειοψηφία των μαθητών από την εξεταστέα ύλη.** Επέλεξα, λοιπόν, ασκήσεις που να αφορούν πράξεις, να ελέγχουν τη γνώση χρήσης ποσοστών και τον υπολογισμό του εμβαδού μιας επιφάνειας.

Συνοδεύω τα θέματα με μερικές σκέψεις για την αξία δημοσίευσης θεμάτων ενδοσχολικών εξετάσεων.

Η δημοσίευση θεμάτων εξετάσεων διαφορετικών τάξεων, σχολείων, διαφορετικών δημιουργών, καθώς και διαφορετικών γεωγραφικών περιοχών έχει αξία. Γιατί μπορεί κανείς να διαπιστώσει την οπτική γωνία με την οποία οι διδάσκοντες επιλέγουν τα θέματα, όπως και σημαντικές μεταβολές στο περιεχόμενο των θεμάτων, έστω και στην ίδια ύλη, με το πέρασμα του χρόνου.

Τα θέματα των εξετάσεων πρέπει να αντανακλούν την ιδιαιτερότητα της διδασκαλίας κάθε διδάσκοντα και να λαμβάνουν υπόψη τα ιδιαίτερα χαρακτηριστικά της τάξης. Άρα, είναι προφανές ότι απ' αυτές τις συλλογές θεμάτων μπορούν να γεννηθούν ιδέες, όμως, σε καμμιά περίπτωση δεν πρέπει να δίνονται αυτούσιες από έναν αναγνώστη καθηγητή στις εξετάσεις του σχολείου του. Θέματα που παίζουν σημαντικό ρόλο στην αξιολόγηση και στην ανατροφοδότηση σε ένα σχολείο, μπορεί να είναι από αδιάφορα έως καταστροφικά σε ένα άλλο.

Παρατηρούμε ότι όπου είναι πολλοί οι θεματοδότες, πολλές φορές τα θέματα είναι αποτέλεσμα συγκρούσεων, διαφορετικών απόψεων και συμβιβασμών, άρα δίχως προσωπικότητα, σαφώς προβλέψιμα, και με αμφίβολη παιδαγωγική και χρηστική αξία.

Η σχετικά αυξημένη ελευθερία μεθόδων διδασκαλίας και αξιολόγησης και η προσαρμοστικότητα στις ιδιαίτερες συνθήκες της τάξης είναι η ουσιαστική διαφορά της διδακτικής διαδικασίας στο Γυμνάσιο σε σχέση με την τυποποιημένη διαδικασία του Λυκείου, που αποσκοπεί στην προετοιμασία-προπόνηση των μαθητών εν όψει των γενικών εισαγωγικών εξετάσεων.

Η υποκειμενική κρίση του διδάσκοντα είναι ο πιο σημαντικός παράγοντας που σχετίζεται με την επιλογή των θεμάτων. Θεωρούμε δεδομένο ότι οι αναγνώστες του "φ" συναισθάνονται, εξ' ορισμού, την ευθύνη της διαδικασίας αυτής, γι' αυτό, εξάλλου διαβάζουν τώρα αυτή τη στήλη...

Γιώργος Ρίζος,

Κέρκυρα

ΘΕΜΑ 3ο: Να δείξετε ότι αν τα τρίγωνα ΑΒΓ και Α΄Β΄Γ΄ έχουν $\hat{Α} = \hat{Α}'$, $υ_α = υ_α'$ και $υ_β = υ_β'$ είναι ίσα.

Μονάδες 25

ΘΕΜΑ 4ο: Στο τρίγωνο ΑΒΓ(ΑΓ > ΑΒ) η ΑΔ είναι διχοτόμος της $\hat{Α}$. Φέρνουμε το ΒΕ⊥ΑΔ που τέμνει την ΑΓ στο Ζ. Αν Μ το μέσο της ΒΓ να δείξετε ότι:

Α. το ΑΒΖ είναι ισοσκελές,

Β. $ΕΜ = \frac{ΑΓ - ΑΒ}{2}$,

Γ. $Α\hat{Ε}Μ = \frac{\hat{Α}}{2}$

Μονάδες 7 + 11 + 7

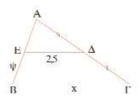
ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Μουσικό Λύκειο Σερρών

Τάξη Α΄

Διδάσκ.: **Σοφία Ανδριοπούλου - Αλιπράντη**

ΘΕΜΑ 1ο:



α. Να δείξετε ότι:

Το ευθύγραμμο τμήμα που ενώνει τα μέσα των δύο πλευρών τριγώνου είναι παράλληλο προς την τρίτη πλευρά και ίσο με το μισό της.

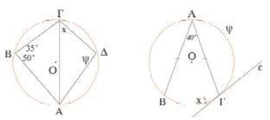
(Μον. 20)

β. Στο διπλανό σχήμα να υπολογιστούν τα x και ψ αν ΕΔ//ΒΓ.

(Μον. 5)

ΘΕΜΑ 2ο:

α. Σε καθένα από τα παρακάτω σχήματα να βρείτε τα x και ψ.
(Η ευθεία ε είναι εφαπτομένη στον κύκλο)



β. Να αποδειχθεί ότι κάθε ισοσκελές τραπέζιο είναι εγγράψιμο.

(Μον. 15)

ΘΕΜΑ 3ο: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90^\circ$) και η διχοτόμος του ΒΔ. Από το Δ φέρνουμε ΔΕ⊥ΒΓ, που τέμνει την ΑΒ στο Ζ.
Να δείξετε ότι ΒΖ = ΒΓ.

(Μον. 25)

ΘΕΜΑ 4ο: Δίνεται ορθογώνιο τρίγωνο ΑΒΓ ($\hat{Α} = 90^\circ$) και το ύψος του ΑΔ.

α. Αν Ε, Ζ είναι τα μέσα των ΑΒ και ΑΓ, να αποδείξετε ότι ΕΔΖ = Α = 90°.

(Μον. 15)

β. Αν Μ είναι μέσο της ΕΖ, να αποδείξετε ότι $ΔΜ = \frac{ΒΓ}{4}$.

(Μον. 10)

ΠΕΙΡΑΜΑΤΙΚΟ ΛΥΚΕΙΟ ΙΩΝΙΔΕΙΟΥ ΣΧΟΛΗΣ ΠΕΙΡΑΙΑ

2ωρο ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑ 1ου ΤΕΤΡΑΜΗΝΟΥ ΣΤΗ ΓΕΩΜΕΤΡΙΑ

Τάξη Α΄ – Τμήμα 2ο

11/12/2003

Διδάσκων: **Β. Ε. Βισκαδουράκης**

Α΄ ΟΜΑΔΑ ΘΕΜΑΤΩΝ

ΘΕΜΑ 1ο:

α. Πόσων μοιρών είναι η γωνία που σχηματίζουν οι διχοτόμοι δύο εφεξείς παραπληρωματικών γωνιών; Παρουσιάστε σχηματικά την απάντησή σας, χωρίς να κάνετε απόδειξη.

[8 μονάδες]

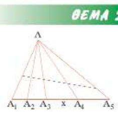
β. Να βρείτε τις γωνίες φ, x, y, ω αν έχουν άθροισμα μία πλήρη γωνία και ικανοποιούν τις σχέσεις: $\frac{φ}{x} = \frac{y}{x} = \frac{y}{ω} = \frac{1}{2}$.

[8 μονάδες]

γ. Πόσων μοιρών γωνία σχηματίζουν οι δείκτες του ρολογιού σας στις 7 ακριβώς και πόσων στις 7 και 20΄;

[9 μονάδες]

ΘΕΜΑ 2ο:



α. Πόσα τρίγωνα υπάρχουν στο διπλανό σχήμα; Με βάση ποιο στοιχείο τους τα καταμετράτε; Αν στη βάση αντί 5 σημεία, είχαμε 100, πόσα θα ήταν τα τρίγωνα;

β. Να βρείτε σε ποιο πολύγωνο ο συνολικός αριθμός πλευρών και διαγωνίων του, ισούται με 190.

[12 + 13 μονάδες]

Παρουσίαση: **Λευτέρης Βισκαδουράκης & B.E. Βισκαδουράκης**

Όπως είναι γνωστό το βραβείο Φιλντς στα Μαθηματικά αποτελεί την ανώτατη διάκριση σ' αυτό τον Επιστημονικό Τομέα, (το Nobel των Μαθηματικών όπως συνήθως λέγεται).

Το βραβείο Φιλντς απονέμεται κάθε τέσσερα χρόνια από το Διεθνές Συνέδριο Μαθηματικών, σε μαθηματικούς ηλικίας μέχρι 40 ετών των οποίων η συνεισφορά στην προώθηση της Μαθηματικής Έρευνας και Επιστήμης κρίνεται ως ιδιαίτερα, ή μάλλον εξαιρετικά σημαντική:

Για πρώτη φορά απονεμήθηκε το 1936 στους Lars Ahlfors (Νορβηγός) και Jesse Douglas (Αμερικανός). Μεταξύ της 5μελούς, τότε, επιτροπής που απένειμε τα βραβεία ήταν και ο Κωνσταντίνος Καραθεοδωρή.

(Με την ευκαιρία αναφέρουμε ότι στην 8μελή Επιτροπή απονομής των βραβείων Φιλντς του 1994 ήταν και ο Barry Mazur, που η παρουσία του στο παρόν τεύχος του "φ" είναι ιδιαίτερα τιμητική για όλους εμάς τους συντελεστές της έκδοσης και τους Έλληνες αναγνώστες).

Ακόμα με την ευκαιρία αναφέρουμε ότι στην 10μελή Επιτροπή απονομής των Φιλντς του 2002 ήταν και ο μεγάλος Έλληνας Μαθηματικός του Stanford, Γεώργιος Παπανικολάου).

Τέλος αναφέρουμε ότι στην 8μελή Επιτροπή του 1970 για την απονομή των βραβείων Φιλντς ήταν ο Γερμανός Καθηγητής του Παν/μίου της Βόννης και Διευθυντής του Μαθ/κού τμήματος του Ινστιτούτου Max Plank, Friedrich Hirzebruch, μέχρι το Σεπτέμβρη του 2005 που το σημείωμά του για τον Serge Lang στο παρόν επίσης τεύχος του "φ" το οποίο έχει μεταφραστεί με την άδειά του, αποτελεί πολύτιμο πετράδι στην αλυσίδα των περιεχομένων του τεύχους).

Στο τέλος του άρθρου μπορείτε να δείτε τα μέλη όλων των επιτροπών (από το 1936 ως το 2006) αλλά και όλους τους νικητές και κατόχους των βραβείων Φιλντς.

Το 2006 ήταν οπωσδήποτε μία ξεχωριστή χρονιά στην ιστορία των Βραβείων Φιλντς. Κατ' αρχήν βραβεύθηκε η λύση ενός από τα 7 μεγαλύτερα άλυτα προβλήματα των Μαθηματικών, η απόδειξη της εικασίας του Poincare που παρέμενε ανοιχτό πρόβλημα για 100 χρόνια (από το 1904). Αυτό και μόνο θα ήταν ικανό ως γεγονός να απασχολήσει όλα τα μέσα επικοινωνίας, τα οποία δύσκολα στρέφουν τα φώτα τους προς τα Μαθηματικά δεδομένου ότι ο μέσος πολίτης δεν είναι σε θέση να "καταναλώσει" ειδήσεις που αναφέρονται σε αυτό το χώρο.

Τουλάχιστον στη χώρα μας δεν έχει εκπαιδευτεί κατάλληλα ώστε να έχει έστω και στοιχειωδώς αναπτυγμένο κάποιο ενδιαφέρον γύρω από τα Μαθηματικά.

Όμως φέτος (το 2006) ήρθε ο Grisha να ταράξει τα νερά...

ο 40χρονος Ρώσος Μαθηματικός

του Ινστιτούτου Steklov της Ρωσικής Ακαδημίας Επιστημών,

Grigori ή Grisha Perelman

συντάραξε τη διεθνή Επιστημονική Κοινότητα, αλλά και ολόκληρη την Κοινή Γνώμη καθώς όχι, μόνο έλυσε - απέδειξε την Εικασία του Poincare και μάλιστα ως ειδική περίπτωση της γενικότερης Εικασίας Γεωμετρικοποίησης του William Thurston, αλλά και αρνήθηκε να δεχτεί το Βραβείο Φιλντς, πράγμα που συμβαίνει για πρώτη φορά στην ιστορία αυτού του Βραβείου.

Η στάση αυτή του Perelman ανεξάρτητα αν συμφωνεί κανείς μ' αυτούς που την χαρακτηρίζουν ως πολύ εκκεντρική και προσβλητική για το θεσμό του Βραβείου ή με αυτούς που θεωρούν τη στάση του κατανοητή και τον ίδιο ως τον "Τολστόι των Μαθηματικών", είναι γεγονός ότι ανάγκασε όλα τα μέσα επικοινωνίας, Ηλεκτρονικά, Έντυπα, Διεθνή, Εθνικά, Τοπικά και λοιπά να ασχοληθούν μαζί του και κατά συνέπεια με τα Μαθηματικά. Έτσι η προσφορά του Perelman προς τα Μαθηματικά αποδεικνύεται πολλαπλή. Πολύ δε περισσότερο που η στάση του φαίνεται να είναι συνέπεια ενός προσωπικού ηθικού κώδικα που θέλει τον Επιστήμονα μακριά από προβολές και υλικές ανταμοιβές.

Που θέλει τον Επιστήμονα απόλυτα συγκεντρωμένο στην επιδίωξη και τη διακρίβωση της αλήθειας. Ο Grigori Perelman όπως ο ίδιος δηλώνει με την άρνηση της αποδοχής του βραβείου Φιλντς δεν προσπαθεί να περάσει οποιοδήποτε πολιτικό μήνυμα ή να τραβήξει πάνω του την προσοχή του κόσμου. Δεν ήταν τόσο το μετάλλιο που αποποιήθηκε, όσο η ιδέα ότι στην έρευνα για τα μυστικά της Φύσης, αυτός που τα ανακαλύπτει είναι πιο σημαντικός από την ίδια την ανακάλυψη.

"Δεν θεωρώ ότι οτιδήποτε που λέω μπορεί να έχει και ελάχιστο ενδιαφέρον για το κοινό", δηλώνει στην εφημερίδα "The Telegraph" του Λονδίνου, και συμπληρώνει:

"Ξέρω πως η αυτοπροβολή συμβαίνει σε μεγάλη κλίμακα και αν οι άνθρωποι θέλουν να κάνουν κάτι τέτοιο, καλή τους τύχη, αλλά εγώ δεν το θεωρώ αυτό σαν κάτι θετικό. Αυτό που είναι η ουσία είναι οι ιδέες και όχι τα μυαλά στα οποία γεννιούνται".

Είναι φανερό από τα ίδια τα λόγια του Grigori Perelman πως δεν πρόκειται για κάποιο "φευγάτο" επιστήμονα όπως από πολλά μέσα έχει παρουσιαστεί, αλλά για έναν άνθρωπο με απόλυτη επίγνωση του ρόλου του επιστήμονα στη γέννηση και την εξέλιξη των Ιδεών, αφιερωμένο ολοκληρωτικά σ' αυτές χωρίς όχι μόνο να απαιτεί αλλά ούτε καν να δέχεται οποιοδήποτε αντάλλαγμα. Ακόμα και αυτό το δελεαστικό ποσό του ενός εκατομμυρίου δολαρίων που έχει θεσμοθετήσει το Ινστιτούτο Μαθηματικών Clay για την απόδειξη της εικασίας του Poincare.

Έτσι το περιώνυμο αυτό Αμερικανικό Ίδρυμα προβληματίζεται πώς να διαθέσει το ποσό του ενός εκατομμυρίου δολαρίων, αν ο Grisha επιμείνει στην αρχική του θέση.

Υπάρχουν φαίνεται ήδη σκέψεις να διατεθεί στο Ινστιτούτο Steklov ή ακόμη και στην ενίσχυση του θεσμού των Μαθηματικών Ολυμπιάδων, μιας και ο Perelman μέσα απ' αυτό το θεσμό καλλιέργησε και ανέδειξε το σπάνιο μαθηματικό ταλέντο του.

"Αν ο μοναχικός Ρώσος Μαθηματικός πραγματικά έχει λύσει αυτό το γρίφο, όπως οι αρμόδιοι επιστήμονες φαίνεται να συμφωνούν ότι έχει κάνει, θα κερδίσει τον χαρακτηρισμό ως ένας από τους μέγιστους μαθηματικούς εγκεφάλους της εποχής μας". Αυτό αναφέρεται σε άρθρο του εκδότη των Τάιμς της Νέας Υόρκης, που ίσως για πρώτη φορά στην ιστορία της αυτή η στήλη ασχολείται με Μαθηματικά, για να τελειώσει με τα λόγια:

"Τι συνέπειες θα έχει αυτό στην πρακτική ζωή είναι άγνωστο. Εκείνο που ακριβώς θέλουμε να εξάρουμε είναι η αφοσίωση - μερικοί μπορεί να το πουν εμμονή - που οδήγησε τον Dr. Perelman να μοχθήσει για χρόνια για να

Περισσότερα για τα Βραβεία Fields και για τους νικητές του 2006, στο 3ο τεύχος του "φ" (σελ. 247 - 255)

Μετάφραση κειμένων:
Μιχάλης Λουλάκης(*)
Τμήμα Εφαρμοσμένων Μαθηματικών Πανεπιστημίου Κρήτης

Το βραβείο Abel για το 2007 απενεμήθει στον **Srinivasa R.S. Varadhan** για τη θεμελειώδη του συνεισφορά στη Θεωρία των Πιθανοτήτων και ειδικότερα για την ανάπτυξη μιας ενοποιημένης Θεωρίας Μεγάλων Αποκλίσεων.

ΟΜΙΛΙΑ ΤΟΥ ΚΑΘΗΓΗΤΗ Jan Fridthjof Bernt

(Προέδρου της Νορβηγικής Ακαδημίας Γραμμάτων και Επιστημών)

Υψηλότατοι, Εξοχότατοι, αγαπητοί φίλοι,

Εκ μέρους της Νορβηγικής Ακαδημίας Γραμμάτων και Επιστημών έχω τη χαρά να σας καλωσορίσω στην τελετή απονομής του βραβείου Abel για το 2007.

Το κληροδότημα στη μνήμη του Niels Henrik Abel χορηγήθηκε από το νορβηγικό κοινοβούλιο με τον οικονομικό προϋπολογισμό του έτους 2002.

Το αρχικό κεφάλαιο του κληροδοτήματος ήταν 200 εκατομμύρια κορώνες.

Ο κύριος σκοπός του κληροδοτήματος είναι η απονομή ενός ετήσιου διεθνούς βραβείου για εξέχουσα επιστημονική προσφορά στην περιοχή των Μαθηματικών. Η Νορβηγική Ακαδημία Γραμμάτων και Επιστημών επιλέγει τους παραλήπτες του βραβείου στη βάση των προτάσεων της Επιτροπής για το βραβείο Abel- μιας επιτροπής ειδικών που αποτελείται από πέντε διεθνώς αναγνωρισμένους μαθηματικούς. Το βραβείο ανέρχεται σε 6 εκατομμύρια νορβηγικές κορώνες.

Το βραβείο αυτής της χρονιάς είναι το πέμπτο στην ιστορία του θεσμού. Είμαστε υπερήφανοι γιατί στην πορεία αυτών των πέντε ετών το βραβείο απέκτησε την υπόσταση του κορυφαίου ακαδημαϊκού βραβείου στα Μαθηματικά. Όλο και συχνότερα ακούμε ανθρώπους να αναφέρονται σε αυτό ως το "Νόμπελ των Μαθηματικών". Αν και αυτό δεν είναι ακριβώς σωστό, καθόλου δεν μας ενοχλεί αυτή η ανακρίβεια.

Ο Srinivasa Varadhan και ο βασιλιάς της Νορβηγίας τη στιγμή της απονομής του βραβείου Abel.

Ακόμη και οι υποστηρικτές μιας ολιστικής άποψης για την επιστήμη οφείλουν να παραδεχτούν ότι για πολλούς λόγους, τα Μαθηματικά είναι η αδιαμφισβήτητη μητέρα της σύγχρονης επιστήμης. Στην ουσία πρόκειται για την ικανότητά μας να οργανώνουμε και να εστιάζουμε τη σκέψη μας, να αντιλαμβανόμαστε νοητικές σχέσεις και να κατανοούμε τον απείρως πολύπλοκο κόσμο στον οποίο ζούμε. Δεν είναι συμπτωματικό το γεγονός ότι η αρχαία ελληνική φιλοσοφία αναπτύχθηκε χέρι-χέρι με τα Μαθηματικά, βασισμένη στη Σωκρατική σοφία ότι η μεγαλύτερη πρόκληση για την ανθρώπινη νόηση δεν είναι η απόκτηση καινούργιας γνώσης, αλλά η κατανόηση των σχέσεων μεταξύ όσων ήδη ξέρουμε ή ανακαλύπτουμε και των συνεπειών τους. Αυτή η οπτική είναι τεράστιας σημασίας, ακόμη και για τομείς στους οποίους δεν χρησιμοποιούνται μαθηματικά μοντέλα, όπως ο δικός μου: η Νομική.

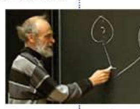
Αυτό εξηγεί εν μέρει και γιατί αυτά που μπορεί αρχικά να φαίνονται σε εμάς τους ανοικείους ως αφηρημένα νοητικά παιχνίδια για ένα σχετικά μικρό κύκλο μυημένων, έχουν τελικά δραματικές συνέπειες στην καθημερινότητά μας, παρέχοντας, για παράδειγμα τη βάση για την ανάπτυξη της πυρηνικής ενέργειας και των πυρηνικών όπλων, της τεχνολογίας της πληροφορίας και των επικοινωνιών, ή για την κατανόηση του κινδύνου που

Περισσότερα στο 4ο τεύχος του "φ" (σελ. 284-287)

Παρουσίαση - Μεταφράσεις: **Λευτέρης Βισκαδουράκης**

Η Νορβηγική Ακαδημία Επιστημών και Γραμμάτων αποφάσισε να απονείμει το βραβείο Abel για το 2009 στο Ρωσσο-Γάλλο μαθηματικό **Mikhail L. Gromov** "για την επαναστατική του συνεισφορά στη Γεωμετρία".

Το βραβείο Abel αναγνωρίζει και βραβεύει συνεισφορές εξαιρετικού βάθους και επίδρασης στα Μαθηματικά και απονέμεται ετησίως απ' το 2003. Συνοδεύεται από χρηματικό έπαθλο 6.000.000 Νορβηγικών Κορώνων (περίπου 950.000 δολαρίων). Ο Gromov παρέλαβε το Βραβείο απ' την Αυτού Μεγαλειότητα Βασιλέα Harald κατά την τελετή απονομής στο Oslo της Νορβηγίας στις 19 Μαΐου 2009.



Βιογραφικά Στοιχεία

Ο Mikhail Leonidovich Gromov γεννήθηκε στις 23 Δεκεμβρίου του 1943 στο Boksitogorsk της Ε.Σ.Σ.Δ. Πήρε το μεταπτυχιακό του δίπλωμα το 1965 και το διδακτορικό του το 1969 απ' το Πανεπιστήμιο του Leningrad όπου και ολοκλήρωσε τις μεταδιδακτορικές σπουδές του το 1973. Ήταν Επίκουρος Καθηγητής στο Leningrad απ' το 1967 έως το 1974.

Απ' το 1982 ο Gromov υπήρξε τακτικός καθηγητής στο Ινστιτούτο Ανωτέρων Επιστημονικών Μελετών, Bures-sur-Yvette στη Γαλλία. Έχει λάβει τη γαλλική υπηκοότητα απ' το 1992. Επίσης αυτό το διάστημα κατέχει την έδρα Jay Gould στα Μαθηματικά, του Ινστιτούτου Courant στο Πανεπιστήμιο της Νέας Υόρκης.

Ο Gromov έχει λάβει πολλά σημαντικά διεθνή βραβεία συμπεριλαμβανομένου του βραβείου Kyoto στις βασικές επιστήμες (2002), το βραβείο Balzan (1999), το βραβείο της Αμερικανικής Μαθηματικής Εταιρείας Leroy P. Steele (1997), το μετάλλιο Lobatchewski (1997) και το βραβείο Wolf (1993). Είναι μέλος της Εθνικής Ακαδημίας Επιστημών των Η.Π.Α. και της Αμερικάνικης Ακαδημίας Τεχνών και Επιστημών και μέλος της Ακαδημίας Επιστημών της Γαλλίας.

Στην τελετή απονομής αμέσως μετά την ανακοίνωση του ονόματος του νικητή του βραβείου Abel για το 2009 από τον Πρόεδρο της Νορβηγικής Ακαδημίας Γραμμάτων και Επιστημών, Oyvind Osterud, το λόγο πήρε ο καθηγητής Kristian Seip, πρόεδρος της Επιτροπής Βραβείου Abel και εξήγησε γιατί απενεμήθει στον Mikhail L. Gromov, το βραβείο Abel για το 2009.

ΔΙΚΤΥΟ ΕΠΙΛΟΓΕΣ

Η παρούσα στήλη φιλοξενεί ανθολογημένες πληροφορίες από το διαδίκτυο (και όχι μόνο), που κατά τη γνώμη κάθε συλλέκτη, έχουν αυξημένη βαρύτητα και ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Μαθηματική μας Παιδεία και Εκπαίδευση αλλά και ειδικότερα για την ενημέρωση και τον προβληματισμό των καθηγητών μαθηματικών. Είναι αυτονόητο πως και αυτή η στήλη θα είναι ανοικτή σε κάθε πληροφορία που θα ικανοποιεί στον ένα ή τον άλλο βαθμό τις προϋποθέσεις αυτές και θα είναι ελεγμένη ως προς την εγκυρότητα της.

Σ' αυτό το πλαίσιο μπορεί κανείς να δει και μια σύντομη παρουσίαση ενός ενδιαφέροντος άρθρου από κάποιο ξενόγλωσσο περιοδικό ή μιας online εργασίας. Μια τέτοια παρουσίαση θα πρέπει να παρέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες στον αναγνώστη για να μπορεί να ανατρέξει στην πηγή για πληρέστερη ενημέρωση επί του θέματος.

Μ' αυτές τις σκέψεις επιλέξαμε και παρουσιάζουμε εδώ τα παρακάτω θέματα.

ΕΘΝΙΚΟ ΚΕΝΤΡΟ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ
(National Center for Mathematics Education, NCM) στη Σουηδία:

Η Σουηδική Κυβέρνηση αποφάσισε να συστήσει Εθνικό Ερευνητικό Κέντρο για τη Μαθηματική Εκπαίδευση στο Πανεπιστήμιο του Goteborg (από 1/1/1999) το οποίο σε συνεργασία με το Τεχνολογικό Πανεπιστήμιο Chalmers αναλαμβάνει το όλο εγχείρημα. Το Κέντρο αυτό θα κατευθύνει, θα προωθεί και θα αναπτύσει εκείνες τις συνεργασίες και τις πρωτοβουλίες που θα προάγουν τη Σουηδική Μαθηματική Εκπαίδευση από την προσχολική μέχρι την προπανεπιστημιακή βαθμίδα. Θα προχωρήσει παραπέρα αξιοποιώντας τη συσσωρευμένη γνώση και εμπειρία που έχει προκύψει στα πλαίσια του προγράμματος Namnaren το οποίο ξεκίνησε σαν ένα επιστημονικό περιοδικό για τη Μαθηματική Εκπαίδευση το 1974.

Μεταξύ αυτών που εργάζονται στα διάφορα προγράμματα (projects) του NCM, είναι άνθρωποι με εμπειρία από το Εθνικό

Αναλυτικό Πρόγραμμα Μαθ/κων, την ανάπτυξη και τη δημιουργία θεμάτων και tests, την οργάνωση εθνικών και διεθνών Συνεδρίων, άνθρωποι που έχουν αναπτύξει προγράμματα έρευνας και αξιολόγησης σε εθνικό ή τοπικό επίπεδο, σε Εκπαιδευτική Τηλεόραση και εξ' αποστάσεως διδασκαλία, που έχουν εργαστεί στην προσχολική αγωγή, στη Στοιχειώδη και τη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση, στην Εκπαίδευση ενηλίκων, στην Ειδική Εκπαίδευση. Επι πλέον, υπάρχουν ερευνητές στα Μαθηματικά, τη Μαθηματική Εκπαίδευση, τα Παιδαγωγικά, την Ψυχολογία και την Εθνολογία, που συμμετέχουν σε διάφορα προγράμματα.

Συνεργάτες του NCM συμμετέχουν σε πολλές εθνικές επιτροπές και προγράμματα όπως π.χ. το διεθνές πρόγραμμα PISA, το Συβούλιο Συντονισμού της Εθνικής Πολιτικής για την Παιδεία καθώς και στην Εθνική Επιτροπή Λυκειακής Εκπαίδευσης.

Το NCM αναφέρεται απ' ευθείας στον Πρύτανη του Πανεπιστημίου του Goteborg και διευθύνεται από Εθνική Επιτροπή αποτελούμενη από 7 μέλη μ' ένα αντιπρόσωπο από το Nordic και μια σύνθεση από ανθρώπους της πράξης και θεωρητικούς που εκπροσωπούν καθηγητές, Εκπαιδευτές καθηγητών και Διευθυντές Σχολείων. Πρόεδρος της Επιτροπής είναι ο πρύτανης του Πανεπιστημίου Chalmers.

Επίσης μια Συμβουλευτική ομάδα έχει προστεθεί στη λειτουργία του NCM. Η ομάδα αυτή αποτελείται από 16 μέλη που αντιπροσωπεύουν όλες τις Εκπαιδευτικές Βαθμίδες, τα κολέγια, τα Πανεπιστήμια, το Εμπόριο, τη Βιομηχανία και την Κοινωνία, με μια καλή γεωγραφική κατανομή απ' όλη τη χώρα καθώς επίσης και μεταξύ των δύο φύλων.

Περισσότερες πληροφορίες στη διεύθυνση: **http://www.ncm.gu.se/ncm1**

Σχόλιο: *Βλέποντας τη σοβαρότητα με την οποία φαίνεται να αντιμετωπίζουν τη Μαθηματική τους Εκπαίδευση διάφορες χώρες (όπως π.χ. εδώ η Σουηδία), δεν μπορεί κανείς να αποφύγει τον πειρασμό της σύγκρισης με τη δική μας πραγματικότητα.*

Σε μας, χρόνια πολλά τώρα, η Μαθηματική μας Εκπαίδευση έχει σχεδόν αποκλειστικά στηριχτεί σ' όλες τις βαθμίδες (Δημοτικό, Γυμνάσιο, Λύκειο) σε δύο ή τρείς παρέδρους του Παιδαγωγικού Ινστιτούτου. Μα και "εκ θεού σταλμένοι" να ήταν, πάλι θα' ταν λίγοι για το έργο που τους αντιστοιχεί. Και φυσικά οι ίδιοι μεσ' την πυκνή ομίχλη της αντάρκειας, μπορεί να μην είναι σε θέση να δούν λίγο πιο πέρα απ' όσο οι δικοί τους προβολείς φωτίζουν, όμως οι υπεύθυνοι παραγωγοί των αλλεπάλληλων Εκπαιδευτικών μας "Μεταρυθμίσεων", δεν θα' πρεπε να' χουν επιτέλους καταλάβει ότι ένας κούκος (άντε και τρείς) δεν φέρνει την άνοιξη; Δεν θα' πρεπε λοιπόν να έχουν επιδιώξει μια σταθερή και θεσμοθετημένη συνεργασία μεταξύ όλων των φορέων και των Μαθηματικών Τμημάτων των Πανεπιστημίων μας, πέρα από κομματικές και άλλες κλίκες με στόχο μια Μαθηματική Παιδεία πραγματικά αντάξια των παραδόσεών μας αλλά και του ταλέντου των μαθητών μας; Τα ερωτηματικά και οι απορίες ατελείωτα. Όσο για απαντήσεις; Αυτές... δεν είναι πάντα "τζάμπα".

ΑΥΣΤΡΑΛΙΑΝΗ ΠΑΡΑΚΑΤΑΘΗΚΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
Μαθηματικές Προκλήσεις για νέους Αυστραλιανούς

Υπεύθυνος: Mr. Bruce Henry

Οι μαθηματικές προκλήσεις για νέους Αυστραλιανούς απευθύνονται σ' ένα ποσοστό 10% (που είναι ας πούμε η αφρόκρεμα) των μαθητών της 5ης και 6ης Τάξης του Δημοτικού καθώς και σ' ένα αντίστοιχο ποσοστό των μαθητών από τη 7η μέχρι την 10η Τάξη της Δευτεροβάθμιας Εκπαιδεύσης.

Οι "προκλήσεις" προμηθεύουν υλικό έτσι ώστε αυτοί οι καθηγητές να μπορούν να βοηθούν τους ταλαντούχους μαθητές τους σ' ένα επίπεδο αντάξιο των δυνατοτήτων τους. Αλλά και καθηγητές από μεγαλύτερα Σχολεία βρήκαν αυτό το υλικό αρκετά αξιοποιήσιμο στην προσπάθειά τους να δώσουν καλύτερη βοήθεια και καλύτερες ευκαιρίες στους μαθητές που διδασκούν.

Γενικά στους στόχους των "Μαθηματικών Προκλήσεων" περιλάμβανεται:

- Ενθάρρυνση και καλλιέργεια:
  - μεγαλύτερου ενδιαφέροντος και εξοικείωσης με τη δύναμη των μαθηματικών
  - θέλησης για απόκτηση αποτελεσματικότητας στη λύση προβλημάτων και
  - της χαράς και της διασκέδασης που μπορεί να νοιώσει κανείς λύνοντας προβλήματα
- Επισήμανση των ταλαντούχων μικρών Αυστραλιακών μαθητών και των δυνατοτήτων τους σε εθνική κλίμακα, και παροχή υποστήριξης η οποία θα τους επιτρέψει να πετύχουν να διακριθούν, ο καθένας ανάλογα με το επίπεδο των ικανοτήτων του.
- Εφοδιασμός των καθηγητών με:
  - Ενδιαφέροντα και προσιτά προβλήματα και αναλυτικές λύσεις τους υποκινώντας έτσι τους καθηγητές σε μια διδασκαλία με πολύ πιο πλούσιο υλικό, και
  - Περιεκτικές και αξιόπιστες Παναυστραλιανές στατιστικές με τις επιτυχίες των μαθητών στις "Προκλήσεις".

Περισσότερα στη διεύθυνση: **http://www.amt.canberra.edu.au/mcya.html**

Σχόλιο: *Ίσως, διαβάζοντας μερικοί τα "νέα" από την Αυστραλία, να σκεφτούν ότι και "μεις" εδώ κάτι κάνουμε, εννοώντας τη λειτουργία της "Τράπεζας θεμάτων" και της στήλης "η άσκηση του μήνα" που μπορεί κανείς να βρεί στην ιστοσελίδα της Ε.Μ.Ε. (www.hms.gr)*

Ναι, είναι ένα βήμα, αλλά μετέωρο. Σκεφτείτε: με το υλικό που βρίσκει κανείς στην ιστοσελίδα της Ε.Μ.Ε. πόσοι και ποιοί στόχοι απ' αυτούς που οι Αυστραλιανοί στοχεύουν, μπορούν να επιτευχθούν; Ίσως και κανένας. Εδώ, όλα θυσιάζονται στο βωμό του κακού (δηλαδή των εξετάσεων.....)

Πληροφορίες για το πρόγραμμα, οι ενδιαφερόμενοι μπορούν να βρουν στη διεύθυνση: **http://epgy.stanford.edu/**

Σχόλιο: *Το πρόγραμμα EPGY του Stanford επιλέχτηκε να προβληθεί από τη στήλη μας για τους εξής λόγους:*

Πρώτο γιατί δείχνει με τον πιο ανάγλυφο τρόπο τη σημασία που αποδίδουν πλέον, στην ανάδειξη και την καλλιέργεια του ταλέντου σ' όλους τους τομείς, πνευματικά ιδρύματα και χώρες που με μια πρώτη σκέψη θά 'λεγε κανείς ότι δεν έχουν λόγο να το κάνουν, αφού ούτως ή άλλως τα ταλέντα κάποια στιγμή θαρθούν κοντά τους. Και όμως, αυτοί δεν αφήνουν ένα τόσο σοβαρό ζήτημα στην τύχη του. Και λέμε αυτοί, για να περάσουμε αυτόματα στο εμείς....

Εμείς τι κάνουμε; Τι κάνει το ΥΠΕΠΘ τι κάνουν τα Πανεπιστήμια και τα Πολυτεχνεία μας, τι κάνει η Ε.Μ.Ε., τι κάνουν οι Δήμοι μας, τι κάνουν τα Σχολεία μας;;

Ο δεύτερος λόγος είναι για να γίνει φανερό πόσο τα πράγματα έχουν αλλάξει σε σχέση με τα μονοπώλια παροχής γνώσης όπως ήταν προ-Internet τα Εκπαιδευτικά μας Ιδρύματα.

Σήμερα είναι δυνατόν πλέον, οι ανήσυχοι μαθητές μας και οι οικογένειές τους να αναζητήσουν τη γνώση που αντιστοιχεί στο επίπεδο των ικανοτήτων τους ακόμα και στην άλλη άκρη του κόσμου· χωρίς να βγουν έξω από το κατώφλι του σπιτιού τους.

Κι αυτό είναι ένα μήνυμα και για τη Δημόσια Εκπαίδευση μας. Αν συνεχίσει να λειτουργεί με την ίδια φιλοσοφία που μέχρι τώρα πορεύεται δεν είναι μακρυά ο καιρός που το μόνο της αντικείμενο θα είναι η σύνταξη και απονομή των τίτλων σπουδών. Που και αυτούς ίσως να τους αποστέλλει στους ενδιαφερόμενους μέσω διαδικτύου.....

ΕΞ' ΑΠΟΣΤΑΣΕΩΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ ΓΙΑ ΤΑΛΑΝΤΟΥΧΟΥΣ ΜΑΘΗΤΕΣ ΑΠΟ ΤΟ ΠΑΝ/ΜΙΟ JOHN HOPKINS
(Κέντρο για Ταλαντούχους Νέους).

Το Πανεπιστήμιο J.H. προσφέρει μέσω διαδικτύου, ειδικά για τους ταλαντούχους στα Μαθηματικά μαθητές, ένα μάθημα με τίτλο "Στοιχειώδης Μαθηματική Ολυμπιάδα" (Elementary Math Olympiad). Το μάθημα αυτό έχει σχεδιαστεί για να διδάξει τις κυριότερες στρατηγικές λύσεις προβλήματος, για να αναπτύξει τη μαθηματική δημιουργική σκέψη, και για να υποκινήσει τον ενθουσιασμό και την αγάπη για προβλήματα που συναντούν οι μαθητές σε διάφορους Μαθηματικούς Διαγωνισμούς. Οι μαθητές εξερευνούν σε βάθος περιοχές των Μαθηματικών, στρατηγικές και πρακτικές μέσα από την άσκηση τους σε μη ρουτινιάρικα προβλήματα Μαθηματικών Διαγωνισμών. Μαθητές και διδάσκοντες συναντιούνται στον Ασπροπίνακα των τηλεσυσκέψεων και συνεργάζονται διαδραστικά στη λύση προβλημάτων.

Στα πλαίσια αυτού του μαθήματος (course) επιδιώκεται να καλυφθούν τα εξής θέματα και στρατηγικές για τη λύση προβλήματος:

- Κάνε μια εικασία - εκτίμηση - υπόθεση και έλεγξέ την.
- Φτιάξε ένα σχήμα ή ένα διάγραμμα.
- Κάνε ένα πίνακα.
- Κάνε ένα οργανωμένο κατάλογο (λίστα).
- Κάνε απαλοιφές.
- Απλοποίησε το πρόβλημα.
- Κάνε αντικαταστάσεις.
- Δούλεψε αντίστροφα (από το τέλος στην αρχή).
- Κάνε εκτίμηση και υπολόγισε.
- Στοιχειώδης θεωρία Αριθμών.
- Βασικές Αλγεβρικές δεξιότητες και διαδικασίες.
- Βασικές Γεωμετρικές δεξιότητες και διαδικασίες.
- Παραγωγικός Συλλογισμός - Απόδειξη.

Περισσότερες Δικτυοεπιλογές στο 2ο τεύχος του "φ" (σελ. 268-272)

ΔΙΚΤΥΟ ΕΠΙΛΟΓΕΣ

Η παρούσα στήλη φιλοξενεί ανθολογημένες πληροφορίες από το διαδίκτυο (και όχι μόνο), του κατά τη γνώμη του συλλέκτη, έχουν αυξημένη βαρύτητα και ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Μαθηματική μας Παιδεία και Εκπαίδευση αλλά και ειδικότερα για την ενημέρωση και τον προβληματισμό των καθηγητών μαθηματικών. Είναι αυτονόητο πως και αυτή η στήλη θα είναι ανοικτή σε κάθε πληροφορία που θα ικανοποιεί στον ένα ή τον άλλο βαθμό τις προϋποθέσεις αυτές και θα είναι ελεγμένη ως προς την εγγυρότητα της.

Σ' αυτό το πλαίσιο μπορεί κανείς να δει και μια σύντομη παρουσίαση ενός ενδιαφέροντος άρθρου από κάποιο ξενόγλωσσο περιοδικό ή μιας online εργασίας. Μια τέτοια παρουσίαση θα πρέπει να παρέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες στον αναγνώστη για να μπορεί να ανατρέξει στην πηγή για πληρέστερη ενημέρωση επί του θέματος. Μ' αυτές τις σκέψεις επιλέξαμε και παρουσιάζουμε εδώ τα παρακάτω θέματα.

ΒΡΑΒΕΙΑ WOLF 2006/7 ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ

Ο Stephen J. Smale με τον Έλληνα Πάνο Παρδαλό φημισμένο επίσης καθηγητή στο Πανεπιστήμιο της Florida.

Ο **Stephen J. Smale**, καθηγητής στο Πανεπιστήμιο Berkeley της California, τιμήθηκε με το βραβείο του Ιδρύματος Wolf στα Μαθηματικά για το 2006/07. (Ας σημειωθεί ότι ο Μεγάλος αυτός Μαθηματικός του 20ου αιώνα έχει τιμηθεί και με άλλα Μεγάλα Βραβεία με κορυφαίο το Fields Medal το 1966).
Η Επιτροπή του Ιδρύματος Wolf για τα Μαθηματικά αποφάσισε ομόφωνα ότι το βραβείο 2006/07 θα απονεμηθεί στον Stephen J. Smale για τη σημαντική συμβολή του η οποία έχει διαδραματίσει θεμελιώδη ρόλο στην ανάπτυξη της Διαφορικής Τοπολογίας, των Δυναμικών Συστημάτων, των μαθηματικών οικονομικών και άλλων τομέων των Μαθηματικών.
Το βραβείο απονέμεται από κοινού και στον Harry **Furstenberg**, του εβραϊκού πανεπιστημίου της Ιερουσαλήμ, μεγάλο πιθανοθεωρητικό με εξαιρετική συμβολή στην εργοδική θεωρία και στα Τοπολογικά Δυναμικά (topological dynamics). Μεταξύ των επιτευγμάτων του: η Εφαρμογή εργοδικοθεωρητικών ιδεών στη Θεωρία Αριθμών και τη Συνδυαστική και η εφαρμογή πιθανοθεωρητικών ιδεών στη Θεωρία Ομάδων Lie και τις Διακριτές Υποομάδες τους.

Η ΠΡΟΕΔΡΟΣ ΤΟΥ M.I.T. ΠΡΟΤΡΕΠΕΙ ΤΗΝ ΕΠΙΤΡΟΠΗ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΝΑ ΕΠΕΝΔΥΣΕΙ ΣΤΗ ΔΕΥΤΕΡΟΒΑΘΜΙΑ (K-12) ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗ

Κατά την πρόεδρο του M.I.T. **Susan Hockfield**, το μέλλον της οικονομίας των Η.Π.Α. είναι σε κίνδυνο αν δεν αυξηθεί σημαντικά ο αριθμός των σπουδαστών που ακολουθούν σπουδές στα Μαθηματικά καθώς και αν δε βελτιωθεί η Εκπαίδευση των μαθητών στα Μαθηματικά στη Δευτεροβάθμια Εκπαίδευση.
"Θα πρέπει να γίνει αντιληπτό ότι ζούμε σε μια εποχή όπου η τεχνική και επιστημονική μόρφωση - εκπαίδευση, είναι κρίσιμη όσο και η εκμάθηση της γλώσσας. Η Τεχνολογία που όλο και περισσότερο σήμερα καθορίζει την ανάπτυξη της οικονομίας, απαιτεί δεξιότητες που βασίζονται στα Μαθηματικά".
Κατά την Susan Hockfield, μόνο το 6% των προπτυχιακών σπουδαστών στις Η.Π.Α. προτίθενται να ακολουθήσουν καριέρες μηχανικών ενώ το αντίστοιχο ποσοστό π.χ. στην Κίνα ξεπερνά το 40%.

ΔΙΚΤΥΟ ΕΠΙΛΟΓΕΣ

Η παρούσα στήλη φιλοξενεί ανθολογημένες πληροφορίες από το διαδίκτυο (και όχι μόνο), του κατά τη γνώμη του συλλέκτη, έχουν αυξημένη βαρύτητα και ιδιαίτερο ενδιαφέρον για τη Μαθηματική μας Παιδεία και Εκπαίδευση αλλά και ειδικότερα για την ενημέρωση και τον προβληματισμό των καθηγητών μαθηματικών. Είναι αυτονόητο πως και αυτή η στήλη θα είναι ανοικτή σε κάθε πληροφορία που θα ικανοποιεί στον ένα ή τον άλλο βαθμό τις προϋποθέσεις αυτές και θα είναι ελεγμένη ως προς την εγγυρότητα της.

Σ' αυτό το πλαίσιο μπορεί κανείς να δει και μια σύντομη παρουσίαση ενός ενδιαφέροντος άρθρου από κάποιο ξενόγλωσσο περιοδικό ή μιας online εργασίας. Μια τέτοια παρουσίαση θα πρέπει να παρέχει όλες τις απαραίτητες πληροφορίες στον αναγνώστη για να μπορεί να ανατρέξει στην πηγή για πληρέστερη ενημέρωση επί του θέματος. Μ' αυτές τις σκέψεις επιλέξαμε και παρουσιάζουμε εδώ τα παρακάτω θέματα.

ΓΡΑΜΜΑ ΣΤΟΥΣ ΠΡΟΕΔΡΟΥΣ ΤΩΝ (ΕΘΝΙΚΩΝ) ΕΥΡΩΠΑΪΚΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΕΤΑΙΡΕΙΩΝ

(8 Φεβρουαρίου 2008)

Αυτό το γράμμα συντάχθηκε από τον πρόεδρο της EMS, Καθηγητή Ari Laptev, εκ μέρους της Ευρωπαϊκής Μαθηματικής Εταιρείας (EMS) και η οποία απευθύνεται στην κομισάριο Janez Potocnik (η οποία είναι αρμόδια για την Έρευνα στην Ευρώπη), ανάμεσα στα άλλα αναφέρει:

Σχετικά με τις υποδομές στα Μαθηματικά:

"Όλοι γνωρίζουμε πόσο σημαντικό είναι να υπενθυμίζουμε στους ανθρώπους των Βρυξελλών ότι τα Μαθηματικά υπάρχουν και ότι η στήριξή τους είναι απαραίτητη. Θα πρέπει να πούμε ότι τα Μαθηματικά υποστηρίζονται σχετικά καλά από τις Ευρωπαϊκές Κυβερνήσεις, αλλά αυτό δεν είναι αρκετό, πόσο μάλλον που όλο και μειώνεται αυτή η υποστήριξη, εφόσον οι Βρυξέλλες που αποτελούν έναν από τους κύριους υπεύθυνους για τη στήριξη της έρευνας στην Ευρώπη, τα Μαθηματικά".

Σχετικά με τη Μαθηματική Εκπαίδευση στην Ευρώπη

"Το ενδιαφέρον για τα Μαθηματικά κατά τη διάρκεια της σχολικής εκπαίδευσης μέχρι τα 18 έτη έχει μειωθεί κατακόρυφα μέσα στα τελευταία 20 χρόνια, και όλες οι Ευρωπαϊκές χώρες ανησυχούν. (Μάλιστα, η αναφορά του ΟΟΣΑ στη Μελέτη PISA προκάλεσε συναγερμό).

Πρόσφατα διοργανώθηκαν δύο εκδηλώσεις που αφορούσαν τη Μαθηματική Εκπαίδευση στην Ευρώπη. Η πρώτη ήταν ένα συνέδριο για το μέλλον της Μαθηματικής Εκπαίδευσης στην Ευρώπη που διοργανώθηκε στη Λισσαβόνα (16-18 Δεκεμβρίου 2007) με περισσότερους από 320 συμμετέχοντες. Η δεύτερη πραγματοποιήθηκε στο Όσλο και διοργανώθηκε από τη NHO (Συνομοσπονδία των Νορβηγικών Επιχειρήσεων) με τη συμμετοχή πολλών πολιτικών. Και τα δύο συνέδρια συνετέλεσαν στη συνειδητοποίηση του προβλήματος από το κοινό. Δόθηκε η εντύπωση ότι η Νορβηγική κυβέρνηση ήταν προβληματισμένη από το γεγονός ότι παρόλο που τα Νορβηγικά σχολεία είχαν χρηματοδοτηθεί "και με το παραπάνω", τα αποτελέσματα της Μελέτης PISA δεν έδειξαν καμία βελτίωση.

Ρίχνοντας μια προσεχτική ματιά στα αποτελέσματα της αναφοράς του ΟΟΣΑ, κάποια στοιχεία είναι εντυπωσιακά. Για παράδειγμα, ένα από τα επιχειρήματα για "ήπιο ξεκίνημα" της διδασκαλίας των Μαθηματικών στα σχολεία, είναι το να μην χάσουμε τους αδύνατους μαθητές και να πετύχουμε την ίδια ταχύτητα εκμάθησης για όλους τους μαθητές.

Σύμφωνα με αυτό το επιχείρημα, θεωρείται πως οι αδύναμοι μαθητές μένουν πίσω και τα πηγαίνουν πολύ

καλύτερα από το να μην είχαν λάβει τόση προσοχή. Φαίνεται, λοιπόν, πως τα πράγματα δε συμβαίνουν έτσι. Εάν, για παράδειγμα, κάποιος προσέξει την απόδοση της ομάδας των αδύνατων μαθητών στη Φιλανδία (όπου δεν χρησιμοποιείται η μέθοδος "ήπιου ξεκινήματος"), θα βρει ότι είναι πολύ υψηλότερη από αυτή της αντίστοιχης ομάδας Σουηδών μαθητών.

Φαίνεται πως με το σύστημα του "ήπιου ξεκινήματος" ακόμα και οι πιο αδύναμοι μαθητές χάνουν το κίνητρό τους και αποκτούν τόση γνώση όση και με την "παραδοσιακή" διδασκαλία.

Θερινό Σχολείο στη Dubna

Στο τελευταίο τεύχος του περιοδικό της Ευρωπαϊκής Μαθηματικής Εταιρείας (EMS Newsletter) υπάρχει ένα άρθρο από τον Michael Epckenberg, τριτοετή φοιτητή Μαθηματικών και Φυσικής στο Πανεπιστήμιο του Λουξεμβούργου.

Ο Michael συμμετείχε στο Θερινό Σχολείο της Dubna και μοιράζεται την πολύ θετική εμπειρία του με το περιοδικό. Βλέπε:

www.ems-ph.org/newsletter/pdf/2007-12-66.pdg

Επίσης, ο Ari Laptev, πρόεδρος της EMS, παραθέτει το κείμενο που έλαβε από τον Vitaly Arnold, έναν από τους διοργανωτές του Θερινού Σχολείου "Σύγχρονα Μαθηματικά" που διεξήχθη 18-30 Ιουλίου 2008, στη Dubna (Ρωσία).

"Ως είθισται, οι καλύτεροι Ρώσοι μαθητές λυκείου καθώς και οι πρωτοετείς και δευτεροετείς φοιτητές απ' τα Πανεπιστήμια της Ρωσίας, θα πάρουν μέρος στο Θερινό Σχολείο. Οι καθηγητές **Dmitry Anosov, Vladmir Arnold**, οι βραβευμένοι με **Fields Medal Sergey Novikov**, και **Andrei Okounkov**, καθώς και οι **Vladimir Tikhomirov**, και **Vladimir Uspensky** προσκαλούνται να παραδώσουν μαθήματα. Ανάμεσα στους ομιλητές υπάρχουν διάσημοι μαθηματικοί απ' τα καλύτερα ερευνητικά κέντρα της Ρωσίας, της Ευρώπης και της Αμερικής (με τους περισσότερους ν' ανήκουν στη Ρωσική Μαθηματική Σχολή). Οι διαλέξεις παραδίδονται είτε στα Ρώσικα με ταυτόχρονη μετάφραση στα Αγγλικά ή σε ειδικές περιπτώσεις στα Αγγλικά. Το κόστος για τους ξένους συμμετέχοντες είναι 450 ευρώ. (ποσό με το οποίο καλύπτονται δίδακτρα, διαμονή, διατροφή και διάφορες πολιτιστικές δραστηριότητες - εκδηλώσεις).

Για περισσότερες πληροφορίες βλέπε:

http://www.mccme.du/dubna/eng/

[Σ.τ.Ε.] (Για τους διακεκριμένους στα Μαθηματικά μαθητές και φοιτητές μας, δεν υπάρχει καλύτερη ευκαιρία. Να ακούσουν Μαθηματικά από τα χείλη των πιο σημαντικών Δημιουργών των Μαθηματικών. Η Ρωσία είναι πολύ κοντά ...)

ΤΟ ΜΕΛΛΟΝ ΤΗΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΗΣ ΕΚΠΑΙΔΕΥΣΗΣ ΣΤΗΝ ΕΥΡΩΠΗ

(απόσπασμα από άρθρο(*) των:)
Olga Caprotti and Mika Seppala
(από το ERCIM-News73, Απρ. 2008)

Το επίπεδο εκπαίδευσης του εργατικού δυναμικού των εθνών καθορίζει την επιτυχία τους στον παγκόσμιο ανταγωνισμό. Η ποσοτική επιχειρηματολογία ή η ικανότητα εφαρμογής μαθηματικών μεθόδων, γενικά, θα αποτελούν τα πιο σημαντικά στοιχεία απ' τις δεξιότητες του αυριανού εργατικού δυναμικού, υπονοώντας πως η μαθηματική εκπαίδευση έχει μεγάλη στρατηγική σημασία. Η ερώτηση, πώς να εκπαιδευτούν περισσότεροι άνθρωποι στα μαθηματικά, κατά προτίμηση, με τις λιγότερες δυνατές δαπάνες, είναι μία εξίσωση που δε λύνεται μόνο με τα μαθηματικά: η επιστήμη των υπολογιστών και η γλωσσολογία χρειάζονται επίσης. Το πρόγραμμα WebALT eConnect έχει αναπτύξει λύσεις που αυτοματοποιούν μέρη της μαθηματικής διδασκαλίας. Η αυτοματοποίηση είναι ο μόνος τρόπος για να βελτιωθεί η προσφορά εκπαίδευσης και να δοθεί ευκαιρία για μάθημα στον καθένα:

Το να μάθουμε πώς να διαχειριζόμαστε συγκεκριμένα θέματα ρουτίνας, όπως οι υπολογισμοί με κλάσματα, η επίλυση εξισώσεων ή ο υπολογισμός ορίων, παραγώγων και ολοκληρωμάτων, αποτελεί ένα μεγάλο μέρος της μαθηματικής εκπαίδευσης στη Δευτεροβάθμια και στην αρχή της Τριτοβάθμιας Εκπαίδευσης. Η προπόνηση σ' αυτές τις επιδεξιότητας παράγει την υπολογιστική ευχέρεια για την εκτέλεση των διαδικασιών που απαιτούνται, μαζί με νοηματική κατανόηση (εννοιών), ώστε να στηρίξει αποτελεσματικά την επίλυση προβλημάτων. Ασκήσεις και τυποποιημένα τέστς μπορούν να διαμοιραστούν εξαιρετικά καλά από αυτοματοποιημένα συστήματα εκμάθησης.

Τα αλγοριθμικά προβλήματα μαζί με τα υψηλής ποιότητας υποστηρικτικά υλικά (ενισχύουν) τους

τα Μαθηματικά στη χώρα και αντιπροσωπεύει ολόκληρη τη Μαθηματική κοινότητα της Νοτίου Αφρικής.
Οι κύριοι αποδέκτες στους οποίους στοχεύει η δραστηριότητά του είναι οι εκπαιδευτικοί μαθηματικοί και οι μελλοντικοί χρήστες των μαθηματικών.
Η αυτονομία των οργανώσεων SAMS και AMESA είναι αναγνωρισμένη και σεβαστή. Ο στόχος είναι να παρέχουν διοικητική και (άλλη) λογιστική υποστήριξη όπου χρειάζεται και να αναπτύξουν περαιτέρω τις δραστηριότητες στις οποίες και οι δύο οργανώσεις εμπλέκονται.

ΕΘΝΙΚΗ ΕΒΔΟΜΑΔΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΣΤΗ ΝΟΤΙΑ ΑΦΡΙΚΗ (25-29 ΑΥΓΟΥΣΤΟΥ 2008)

Η Εθνική Εβδομάδα Μαθηματικών πρωτοεισήχθει κατά το Παγκόσμιο έτος Μαθηματικών, το 2000, με την υποστήριξη του Υπουργείου Παιδείας. Ο Υπουργός Kadar Asmal πρότεινε μάλιστα πως εάν είναι επιτυχής θα έπρεπε να γίνει ένα ετήσιο γεγονός. Η Εθνική Επιτροπή του Νοτίου Αφρικής για τη Διεθνή Μαθηματική Ένωση (IMU), μέσω των οργανώσεων των μελών της, η Ένωση Μαθηματικής Εκπαίδευσης Νοτίου Αφρικής (AMESA) και η Μαθηματική Εταιρεία Νοτίου Αφρικής (SAMS) αποφάσισαν να εορτάζουν το γεγονός σε ετήσια βάση.
Ο κύριος σκοπός της Μαθηματικής εβδομάδας είναι να υπογραμμίσει την ομορφιά, τη χρησιμότητα και την εφαρμοσιμότητα των Μαθηματικών καθώς και να ξεδιαλύνει το μύθο ότι αυτό το αντικείμενο είναι δύσκολο, παγερό, αφηρημένο και προσβάσιμο μόνο από λίγους εκλεκτούς. Η Μαθηματική Εβδομάδα είναι ένα όχημα για να γίνει τα Μαθηματικά πιο δημοφιλή, να ενημερωθεί το κοινό, να τα κατανοήσει και να τα εκτιμήσει περισσότερο καθώς και να δημιουργηθεί μια ευκαιρία για μαθητές, γονείς, εκπαιδευτικούς και το ευρύτερο κοινό να μοιραστού μαζί τον ενθουσιασμό των Μαθηματικών.
Πάνω από 6500 μαθητές και 600 εκπαιδευτικοί παρακολούθησαν το εθνικό γεγονός της Μαθηματικής Εβδομάδας το 2007 στο Durban.

Μαθηματική εβδομάδα του 2008

Το γεγονός οργανώθηκε από την Ένωση Μαθηματικής Εκπαίδευσης Νοτίου Αφρικής (AMESA) σε συνεργασία με το Ίδρυμα Μαθηματικών Νοτίου Αφρικής (SAMF). Το θέμα της Εβδομάδας ήταν: "Καριέρες στα Μαθηματικά".
Οι δραστηριότητες της Εβδομάδας περιλάμβαναν:

- Τελετή έναρξης και προώθηση του SAMF στην οποία παρευρέθησαν υψηλόβαθμα στελέχη της κυβέρνησης και του ιδιωτικού τομέα.
- Ομιλίες από εξέχουσες προσωπικότητες του χώρου των Μαθηματικών.
- Εκθέσεις από τριτοβάθμια ιδρύματα και εκδότες.
- Μαθηματικά παιχνίδια και κουίζ
- Workshops για μαθητές και εκπαιδευτικούς
- Η SAMF άδραξε την ευκαιρία να προωθήσει τη νέα της έκδοση "Careers in Mathematics". Το βιβλίο επικεντρώνεται σε ανθρώπους - πρότυπα στους τομείς τους, από διαφορετικές πληθυσμιακές ομάδες στη χώρα, οι οποίοι σπούδασαν Μαθηματικά και είναι επιτυχημένοι στις καριέρες τους. Η έκδοση παρέχει ζωτικές πληροφορίες για τις καριέρες στα Μαθηματικά - τη φύση τους, τη δυναμική και την προσβασιμότητά τους και μπορεί να χρησιμοποιηθεί από μαθητές, εκπαιδευτικούς και σύμβουλους επαγγελματικού προσανατολισμού να βοηθήσουν τους μαθητές να επιλέγουν καριέρα.

ΣΤΗΝ ΑΥΣΤΡΑΛΙΑ, Η ΠΑΡΑΣΚΕΥΗ 23 ΜΑΪΟΥ 2008 ΕΘΝΙΚΗ ΗΜΕΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ

Κεντρικό ζήτημα το ερώτημα:
"Μαθηματικά: Τι αλλάζει;"

Η Εθνική Ημέρα Μαθηματικών είναι μία ευκαιρία για τους δασκάλους να μοιραστούν και να προάγουν την ποιοτική διδασκαλία και εκμάθηση των Μαθηματικών - μεταξύ τους, με τους μαθητές, με τους συναδέλφους και με την ευρύτερη κοινότητα.
Όπως τονίζει το Συμβούλιο της ΑΑΜΤ *"Θέλουμε να είναι ο δικός μας εορτασμός των Μαθηματικών στα δικά μας σχολεία"*
Ο γιορτασμός της Εθνικής Ημέρας Μαθηματικών περιλαμβάνει δραστηριότητες:

Στην τάξη

Ιδέες για την ενεργό συμμετοχή των μαθητών στην Εθνική Ημέρα Μαθηματικών χρησιμοποιώντας δραστηριότητες

Γνώμες, Κρίσεις και Σχόλια για το "Φ"

What a great success that volume is!
it is the whole book that is the amazing production, so beautiful, sensually beautiful in the illustrations, and really clear in both the visuals and the displays. The articles seem accessible, but made doubly accessible by how they are displayed on the page, and by how they connect with each other. The mathematics that is presented is of prime importance for young students to achieve an understanding of the joys and the depth of our subject, and the periodical offers a wealth of suggestions to teachers as they prepare their classes. What a great success that volume is!
Warm regards,

Barry Mazur *Gerhard Gade University Professor, Harvard University*

The "magazine" is phenomenal
G'Day Mr: Thank you so much for sharing with a copy of the latest edition of PHI. The "magazine" is phenomenal. I am so very impressed with the production quality and the level of work it contains (from what I can tell from the diagrams and equations throughout!) I didn't realize that sharing a copy with me meant such hefty postage for such a hefty book. Thank you so much for doing so. I am honored to have my article in the piece.
This is clearly a tremendously fabulous service to educators in Greece. Thank you for promoting mathematics so.

Cheers, Jim.

p.s.
Who does all the graphic layout work for you and prints the book? Is it difficult and expensive to create such a beautiful product? I am so very impressed.

James Tanton
St. Mark's Institute of Mathematics Founding Director
Ph.D. in mathematics Princeton University

Το περιοδικό "Φ", προσφέρει με ιδιαίτερα ελκυστικό τρόπο μαθηματική παιδεία υψηλής στάθμης.
Υπάρχει πράγματι έλλειψη και ανάγκη για εκδόσεις που να παρουσιάζουν ποιότητα ενδιαφέρον και προβληματισμό στη Μαθηματική Εκπαίδευση.
Είναι πολύ σημαντικό να συνεχίσει και να επεκτείνει την κυκλοφορία του και την πολύτιμη συμβολή του το περιοδικό "Φ", το οποίο προσφέρει με ιδιαίτερα ελκυστικό τρόπο μαθηματική παιδεία υψηλής στάθμης, κυρίως στους καθηγητές της Δευτεροβάθμιας Εκπαίδευσης. Είναι μια ανιδιοτελής πρωτοβουλία, την οποία υπηρετεί με συνέπεια και επιτυχία ο κ. Βασίλης Βισκαδουράκης, και η οποία αξίζει κάθε ηθικής και οικονομικής ενίσχυσης.

Στέλιος Νεγρεπόντης
Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών
Πανεπιστημίου Αθηνών

Θεωρώ το «Φ» ένα σημαντικό πολιτιστικό αγαθό για τον τόπο μας.
Το διαβάζω πάντα με μεγάλο ενδιαφέρον. Αλλά δεν έχω σήμερα κανένα τεύχος στο γραφείο μου. Ο λόγος είναι ότι μαθηματικοί, κυρίως νέοι και διακεκριμένοι, που τυχαίνει να μπουν στο γραφείο μου και να αναγνωρίσουν, ανάμεσα σε σωρούς χαρτιών και βιβλίων , κάποιο τεύχος του, το δανείζονται αμέσως για να το διαβάσουν και δεν το επιστρέφουν ποτέ.

Βασίλης Δουγαλής
Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών Πανεπιστημίου Αθηνών
Πρόεδρος Τμήματος Υπολογιστικών Μαθηματικών του Ι.Τ.Ε

Το περιοδικό «Φ» είναι σήμερα το εγκυρότερο Μαθηματικό περιοδικό στον τόπο μας. Το εκδίδει ο Βασίλης Βισκαδουράκης, M.Ed. Διδακτικής και Μεθοδολογίας των Μαθηματικών, Καθηγητής στο Πειραματικό Λύκειο της Ιωνιδείου Σχολής Πειραιά.
Το «Φ» εκδίδεται μία φορά τον χρόνο. Η ύλη που περιέχει είναι πλούσια και το περιοδικό, εκτός από ενδιαφέρον Μαθηματικό περιεχόμενο, είναι οπτικά και εκδοτικά ιδιαίτερα καλαίσθητο. Το συνιστάμε ανεπιφύλακτα.

Μιχάλης Λάμπρου
Καθηγητής Τμήματος Μαθηματικών
Πανεπιστημίου Κρήτης

Το «Φ», ένα περιοδικό ευρωπαϊκού επιπέδου
Το «Φ» είναι ένα κόσμημα της μαθηματικής μας βιβλιογραφίας, ένα εξαιρετικό πνευματικό επίτευγμα. Πρόκειται για περιοδικό ευρωπαϊκού επιπέδου, που είναι δύσκολο να φανταστεί κανείς πως εκδίδεται κυρίως χάρη στις ατέλειωτες ώρες εργασίας και πνευματικού μόχθου ενός ανθρώπου. Ειλικρινώς, είχα την εντύπωση ότι μόνον επιστημονικές ενώσεις και όχι μεμονωμένοι άνθρωποι θα μπορούσαν να εκδώσουν περιοδικό τέτοιας ποιότητας. Προφανώς, όμως, το ζήτημα δεν είναι ποσοτικό, αλλά ποιοτικό!
Το «Φ» θα έπρεπε να υπάρχει σε κάθε βιβλιοθήκη κάθε Γυμνασίου και Λυκείου μας, όπως και σε κάθε λέσχη καλού βιβλίου. Δυστυχώς, την Πολιτεία μας δεν φαίνεται να τη διακρίνουν τέτοιες ευαισθησίες, ώστε να αναλαμβάνει ανάλογες πρωτοβουλίες. Εναπόκειται στην κοινωνία των πολιτών να την υποκαταστήσει στο ρόλο της. Όλοι εμείς πρέπει να κάνουμε το παν, ώστε ο Βασίλης Βισκαδουράκης να συνεχίσει να μας χαρίζει ώρες πνευματικής απόλαυσης μέσα από τη μελέτη του «φ»

Γιώργος Λ. Ευαγγελόπουλος
Δικηγόρος, Επιστημονικός Συνεργάτης του Προέδρου της Δημοκρατίας (M.Sc στις Ευρωπαϊκές Σπουδές – LSE, Υποψήφιος Διδάκτωρ Διεθνών Σχέσεων – LSE)

Το Μαθηματικό περιοδικό "το «Φ»" (που επιμελείται και εκδίδει ο Βασίλης Βισκαδουράκης) είναι ανάγκη να γίνει γνωστό στην ευρύτερη εκπαιδευτική κοινότητα των δασκάλων των μαθηματικών, να μπει σ' όλα τα σχολεία, να αποτελέσει αντικείμενο, εφόδιο μελέτης και προβληματισμού για εκπαιδευτικούς και μαθητές.
Είναι κοινή η εκτίμηση της ελληνικής κοινωνίας ότι τα εκπαιδευτικά πράγματα της πατρίδας μας πάνε από το κακό στο χειρότερο. Δε θα μπορούσε να αποτελεί εξαίρεση η κατάσταση στη μαθηματική εκπαίδευση. Οι μαχόμενοι εκπαιδευτικοί, δάσκαλοι των Μαθηματικών βιώνουμε καθημερινά την απαξίωση του δημόσιου σχολείου, ως χώρου καλλιέργειας της μαθηματικής σκέψης. Οι αιτίες μιας τέτοιας στροφής της κοινωνίας (συμπεριλαμβανομένων των

μαθητών, γονέων, και όλων των εμπλεκομένων στην εκπαιδευτική διαδικασία) είναι πολλές και ποικίλες. Πολλοί αναρωτιούνται αν είναι δυνατό να υπάρξει έξοδος από την κρίση αυτή. Αν είναι δυνατόν να σταθεί στα πόδια της η δημόσια εκπαίδευση και συνακόλουθα η μαθηματική εκπαίδευση στηριγμένη στις σύγχρονες διδακτικές αντιλήψεις οι οποίες βασίζονται στην επιστημονική έρευνα. Είναι δυνατόν η Μαθηματική Εκπαίδευση και Παιδεία να αποτελέσει εφόδιο αντιμετώπισης της ζωής για τους νέους ανθρώπους; Με ποιο διδακτικό υλικό; Ποια προγράμματα σπουδών; Ποια εκπαιδευτική πολιτική; Ποια είναι η σχετική διεθνής εμπειρία; Το μαθηματικό περιοδικό «Φ» έχει μεγάλη συμβολή, τα τελευταία 6 χρόνια, στις αναζητήσεις και στο διάλογο που αναπτύσσεται στα πλαίσια της μαθηματικής κοινότητας γι' αυτά ακριβώς τα ζητήματα. Επιχειρεί να θέσει ερωτήματα, να προτείνει νέες διδακτικές προσεγγίσεις στα σχολικά μαθηματικά, να ενημερώσει για τις διεθνείς εξελίξεις στη μαθηματική έρευνα και στη διδακτική των Μαθηματικών, να έρθει πιο κοντά στον αποδέκτη της εκπαιδευτικής διαδικασίας, στο μαθητή. Τώρα, μετά από 6 χρόνια ανελλιπούς έκδοσης του περιοδικού, μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το «Φ» συγκαταλέγεται μεταξύ των κορυφαίων εκδοτικών προσπαθειών στην περιοχή της Διδακτικής των Μαθηματικών στην χώρα μας. Εκπληρώνει όχι μόνο τα αποδεκτά standards αποδοχής του ως άρτιου εκπαιδευτικού περιοδικού στον ελληνικό χώρο, αλλά μπορεί επάξια να συγκριθεί με ανάλογα περιοδικά στο διεθνές πεδίο. Μια τέτοια προσπάθεια είναι ανάγκη να γίνει γνωστή στην ευρύτερη εκπαιδευτική κοινότητα των δασκάλων των μαθηματικών, να μπει σ' όλα τα σχολεία, να αποτελέσει αντικείμενο, εφόδιο μελέτης και προβληματισμού για εκπαιδευτικούς και μαθητές.

Αν θέλουμε να στηρίξουμε πρωτοβουλίες για την έξοδο από την κρίση που μαστίζει και την μαθηματική εκπαίδευση, η περίπτωση του «Φ» είναι μια ευκαιρία.

Αθήνα 18Δεκ. 2009

Θόδωρος Πάσχος

Καθηγητής Μαθηματικών του Πειραματικού Λυκείου Αγίων Αναγύρων

Διδάκτωρ Διδακτικής των Μαθηματικών

Γενικός Γραμματέας της Επιστημονικής Ένωσης για τη Διδακτική των Μαθηματικών

Περισσότερες Γνώμες και Σχόλια μπορείτε να δείτε στην Ιστοσελίδα του "φ" www.tophi.gr

ΤΑ ΤΕΥΧΗ ΤΟΥ "Φ" ΜΕ ΑΝΤΙΚΑΤΑΒΟΛΗ

Για να σας στείλουμε(*) τα τεύχη του "φ" με αντικαταβολή χρειαζόμαστε πλήρη στοιχεία σας:
Ονοματεπώνυμο, ακριβή Διεύθυνση (και με Ταχυδρομικό Κωδικό) και σταθερό Τηλέφωνο για δυνατότητα άμεσης επικοινωνίας.
Το κόστος απόκτησης των τευχών του "φ" σε αυτή την περίπτωση είναι:

1. Για οποιοδήποτε μεμονωμένο τεύχος χρεώνεστε την τιμή που αναγράφεται στο εξώφυλλο του, που είναι:
   του 1ου τεύχους (240σελίδων) 15 ευρώ
   του 2ου τεύχους (272 σελίδων) 18 ευρώ
   του 3ου τεύχους (264 σελίδων) 18 ευρώ
   του 4ου τεύχους (304 σελίδων) 20 ευρώ
   του 5ου τεύχους (320 σελίδων) 20 ευρώ
   του 6ου τεύχους (372 σελίδων) 25 ευρώ ,
   προσαυξημένη κάθε φορά με το κόστος αποστολής που είναι γύρω στα 5 ευρώ.
2. Για δύο οποιαδήποτε τεύχη χρεώνεστε μόνο το άθροισμα των τιμών τους-κερδίζετε δηλαδή το ταχυδρομικό κόστος.
3. Για τρία ή τέσσερα ή πέντε οποιαδήποτε τεύχη χρεώνεστε το άθροισμα των τιμών τους μειωμένο κατά 5, 8, ή 10 ευρώ αντίστοιχα, και φυσικά δεν χρεώνεστε ούτε το κόστος αποστολής.
4. Όλα, (δηλαδή και τα έξι τεύχη του "φ" που κυκλοφορούν) μπορείτε να τα αποκτήσετε με συνολικό κόστος 100 ευρώ - συμπεριλαμβανομένου και του ταχυδρομικού.

(*) Η παραγγελία σας μπορεί να γίνει στο **vasvisk2004@yahoo.gr**
ή στα τηλέφωνα:
210 46 27 185 και **694 85 65 4 45**
Οι τιμές που αναφέρουμε εδώ δεν ισχύουν για τις Βιβλιοθήκες, αφορούν σε ιδιώτες.

Ο Υπεύθυνος Έκδοσης του "φ"
Β.Ε.Βισκαδουράκης

01:01.qxd 20/6/2010 5:53 ΜΜ Page 3

ΣΤΟ «Φ» ΘΑ ΒΡΕΙΤΕ

- **ΣΥΝΕΝΤΕΥΞΕΙΣ**
- ΣΧΟΛΙΑ
- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΠΑΙΓΝΙΔΙΑ
- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΓΙΑ ΟΛΗ ΤΗΝ ΟΙΚΟΓΕΝΕΙΑ
- ΕΠΙΣΤΗΜΟΝΙΚΑ ΑΡΘΡΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- ΔΗΜΙΟΥΡΓΙΚΕΣ ΣΕΛΙΔΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- ΔΙΔΑΚΤΙΚΕΣ ΠΡΟΣΕΓΓΙΣΕΙΣ – ΠΡΟΤΑΣΕΙΣ
- ΠΡΑΓΜΑΤΙΚΑ
- ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΤΑΞΕΙΣ ΤΟΥ ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
- ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΑΤΑ ΓΙΑ ΟΛΕΣ ΤΙΣ ΤΑΞΕΙΣ ΤΟΥΛΥΚΕΙΟΥ
- ΘΕΜΑΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ ΔΙΑΓΩΝΙΣΜΩΝ
- ΔΗΜΟΤΙΚΟΥ
- ΓΥΜΝΑΣΙΟΥ
- ΛΥΚΕΙΟΥ
- ΜΙΚΡΕΣ ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΕΣ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΕΣ ΕΡΓΑΣΙΕΣ
- ΕΡΕΥΝΗΤΙΚΑ ΑΡΘΡΑ
- ΣΤΗ ΔΙΔΑΚΤΙΚΗ
- ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- ΑΡΘΡΑ ΣΤΗΝ ΙΣΤΟΡΙΑ ΤΩΝ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΩΝ
- ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ ΔΡΩΜΕΝΑ ΣΤΗΝ ΕΛΛΑΔΑ ΚΑΙ ΣΤΟ ΕΞΩΤΕΡΙΚΟ
- ΒΙΒΛΙΟΠΑΡΟΥΣΙΕΣ ΚΑΙ ΒΙΒΛΙΟΠΑΡΟΥΣΙΑΣΕΙΣ
- ΟΙ ΑΝΑΓΝΩΣΤΕΣ ΤΟΥ «Φ» ΚΡΙΝΟΥΝ ΠΡΟΤΕΙΝΟΥΝ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΟΥΝ
- ΔΙΚΤΥΟ – ΕΠΙΛΟΓΕΣ

ΜΕΡΙΚΕΣ (ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΕΣ) ΠΛΗΡΟΦΟΡΙΕΣ ΓΙΑ ΤΟ «Φ»

Τα περιεχόμενα των έξι τευχών του «φ» καλύπτουν συνολικά έναν όγκο 1772 σελίδων μεγέθους 24x19 cm,τυπωμένες σε τετραχρωμία και σε χαρτί velvet.

Στα έξι τεύχη του «φ» έχουν δημοσιευθεί:

- ✓ **28** Εργασίες Πανεπιστημιακών του Εξωτερικού
- ✓ **10** Εργασίες Ελλήνων Πανεπιστημιακών
- ✓ **6** Εργασίες Σχολικών Συμβούλων των Μαθηματικών
- ✓ **75** Εργασίες Συναδέλφων από τη Β/θμια Εκπαίδευση
- ✓ **20** Εργασίες Μαθητών και Φοιτητών
- ✓ **60** Και πλέον Εργασίες, συμπεριλαμβανομένων των μεταφράσεων, του υπεύθυνου της έκδοσης Β.Ε.Βισκαδουράκη.
- ✓ **10** Συνεντεύξεις Πανεπιστημιακών, Ελλήνων που καλύπτων συνολικά 80 σελίδες του Περιοδικού
- ✓ **257** Προβλήματα για όλη την Οικογένεια, τα περισσότερα των οποίων παρουσιάζονται λυμένα σε επόμενα τεύχη του «φ» Πολλοί γονείς έχουν μέχρι τώρα μέσα από αυτά τα προβλήματα πετύχει να αγαπήσουν τα παιδιά τους τα Μαθηματικά.
- ✓ **29** Μαθηματικά παιχνίδια πάνω στα οποία μπορεί να στηριχθεί η διδασκαλία πολύ σημαντικών εννοιών με τρόπο που να κινητοποιείται το ενδιαφέρον των μαθητών.
- ✓ **25** Μικρές Ερευνητικές Μαθηματικές Εργασίες που μπορούν να δοθούν είτε για ατομική είτε για ομαδική εργασία, χωρίς να είναι δύσκολες έχουν τέτοια χαρακτηριστικά που βάζουν το μαθητή στο πνεύμα της μαθηματικής έρευνας.
- ✓ **28** Ολοκληρωμένες Διδακτικές Προτάσεις εννοιών ή ενοτήτων από την ύλη του Γυμνασίου και του Λυκείου.
- ✓ **22** Πραγματικά διαγωνίσματα για το γυμνάσιο και
- ✓ **159** Διαγωνίσματα για το Λύκειο που υπογράφονται από πλέον των 200 εκλεκτούς συναδέλφους από όλη την Ελλάδα και την Κύπρο.
- ✓ **250** Και άνω Προβλήματα Μαθηματικών Διαγωνισμών Δημοτικού
- ✓ **100 -** άδες προβλημάτων μαθηματικών διαγωνισμών Γυμνασίου και Λυκείου επιλεγμένα από πρόσφατους Διαγωνισμούς από όλο τον κόσμο και δομημένα σε θεματικές ενότητες και κατηγορίες. Σε πάρα πολλά από αυτά τα προβλήματα υπάρχουν λύσεις σε επόμενα τεύχη.
- ✓ **36** Κρίσιμα θέματα κυρίως σε σχέση με τη μαθηματική εκπαίδευση διάφορων χωρών σχολιασμένα και προβεβλημένα με τρόπο που κάποια ζητήματα να τίθενται και στον εγχώριο προβληματισμό πάνω στο σοβαρότατο θέμα της Μαθηματικής μας Εκπαίδευση.
- ✓ **36** Βιβλία Ελλήνων και Ξένων Μαθηματικών έχουν παρουσιαστεί, πολλά για πρώτη φορά, στο ελληνικό κοινό τόσο σε επίπεδο Μέσης όσο και Ανώτατης Εκπαίδευσης.